

Intitulé français du sujet de thèse proposé : Approximation de fonctions multivariées sous contraintes : vers un atelier logiciel pour la conception de bibliothèques mathématiques.

Intitulé anglais du sujet de thèse proposé : Towards a software platform for building math libraries : approximation to multivariate functions under constraints

Unité de recherche : LIP, UMR 5668

Domaine scientifique principal de la thèse : informatique

Co-encadrants : Jean-Michel Muller, jean-michel.muller@ens-lyon.fr  
Nicolas Brisebarre, nicolas.brisebarre@ens-lyon.fr

La théorie de l'approximation polynomiale de fonctions est bien établie. Cependant, lorsque l'on désire concevoir un programme calculant une fonction mathématique, si on vise un excellent compromis précision/efficacité, on ne peut se contenter d'utiliser les polynômes donnés par les méthodes classiques (algorithme de Remez, projection sur les polynômes de Chebyshev...). En effet, on doit utiliser des coefficients qui soient exactement représentables dans le format utilisé, et il n'y a aucune raison pour que le meilleur approximant d'une fonction parmi les "polynômes arrondis" s'obtienne en arrondissant les coefficients du meilleur polynôme "théorique".

Pour des fonctions à une variable, le plus gros du travail a été déjà accompli, dans notre équipe. Notre outil encore expérimental Sollya est à la fois une calculette permettant d'effectuer de nombreuses opérations certifiées et une bibliothèque qui permet de construire des programmes précis et rapides d'approximation de fonctions. Dans ce cas particulier notre approche permet des gains en précision appréciables. Pour des fonctions à plusieurs variables beaucoup reste à faire, même si notre équipe a commencé à explorer quelques pistes.

Le ou la candidat(e) devra tout d'abord se familiariser avec les notions classiques de l'approximation, avec les spécificités du calcul en virgule flottante et avec notre atelier Sollya. Il lui faudra ensuite choisir ou définir un algorithme de calcul du maximum d'une fonction à plusieurs variables dans un domaine donné, développer et expérimenter des variantes à plusieurs variables de l'algorithme de Remez, s'intéresser à l'approximation de fonctions spéciales, et s'intéresser plus spécifiquement à l'obtention d'approximations avec des contraintes (de taille, de symétrie, etc.) sur les coefficients. Il/elle devra participer à l'élaboration des prochaines versions de l'atelier Sollya. Il faudra mener à bien un travail de fond pour permettre à l'outil de travailler en plusieurs variables.