Olympiades de quatrième 2020

Exercice 1

Supposons que k personnes ont acheté uniquement des caramels, c personnes uniquement des chocolats, m personnes uniquement des macarons, K personnes à la fois des macarons et des chocolats, C personnes à la fois des macarons et des caramels, et M personnes à la fois des chocolats et des caramels.

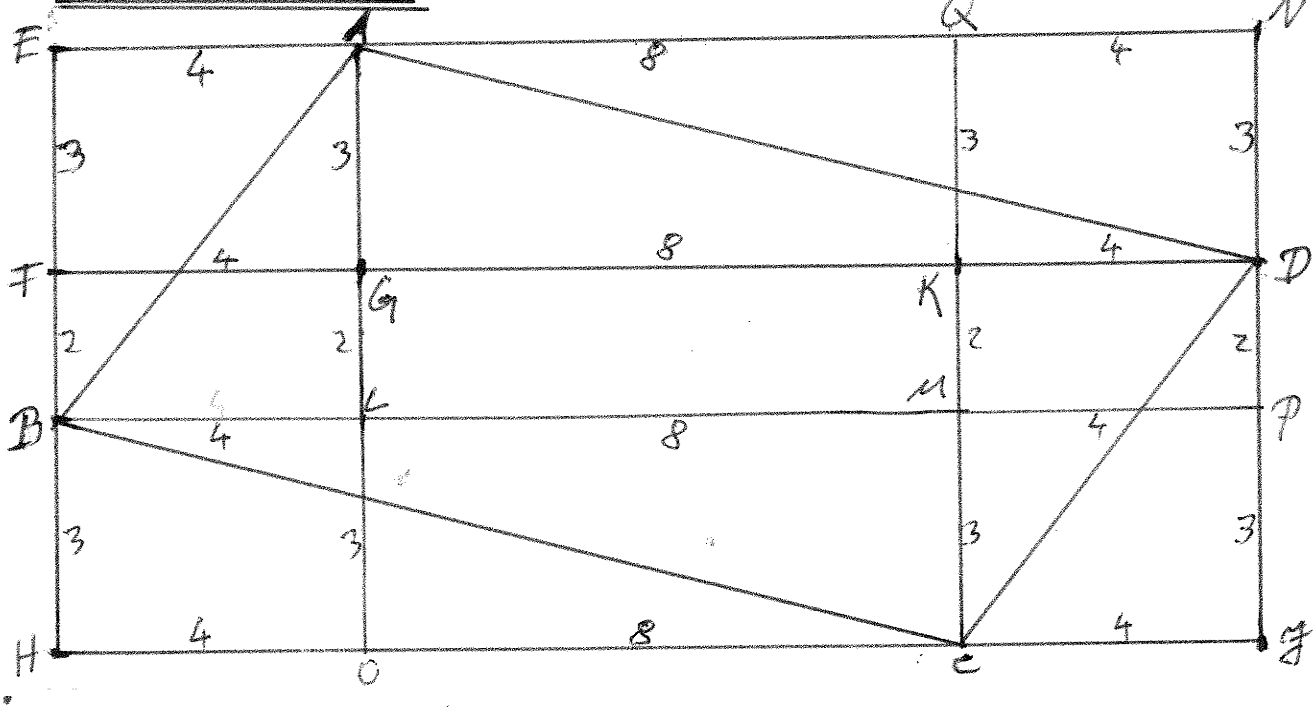
$17 = k + C + M$, $13 = c + M + K$, $8 = m + K + C$, $19 = k + c + m + K + C + M$. De plus, $17 + 13 + 8 = k + c + m + 2(K + C + M)$, donc

$2(k + c + m + K + C + M) = k + c + m + 2(K + C + M)$

$\Rightarrow k + c + m = 0 \Rightarrow \underline{k = c = m = 0}$

$\Rightarrow 19 = K + C + M \Rightarrow \underline{K = 2,\ C = 6,\ M = 11.}$

Exercice 2



Comme AB et DC sont parallèles et de même longueur, $\underline{DK = AE = 4}$ et $\underline{EB = KC = 5}$.

$\underline{|ABCD|} = |EHJN| - |AEB| - |CJD| - |BHC| - |DNA|$

$= 16 \cdot 8 - 4 \cdot 5 - 3 \cdot 12 = \underline{72}$.

Exercice 3

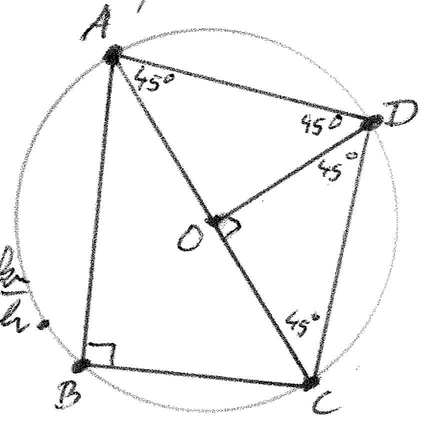
1. Non, 488 n'est pas divisible par 3.
2. a) $21a$ doit être pair.
   b) $2+1+a$ doit être divisible par 3.
   c) $a = 6$
   d) $16b$ est divisible par 12 $\Leftrightarrow b = 8$.
3. Non : 348 et 360 sont divisibles par 12.
4. 44444.
5. 888 est divisible par 12, donc 8.

Exercice 4

$AB = 4 \cdot 50$, $BC = 3 \cdot 50$, $AC = 50\sqrt{3^2+4^2} = 5 \cdot 50$

$OA = OC = OD = 125$; $AD = 125 \cdot \sqrt{2}$, $\overset{\frown}{AC} = 125 \cdot \pi$,

$\overset{\frown}{AD} = 125 \cdot \pi / 2$.



1. $\underline{\text{Rachel est premier}}$, car $\dfrac{0{,}35}{15} > \dfrac{0{,}25}{12} \Leftrightarrow 7 > \dfrac{25}{4}$.
2. $\dfrac{0{,}25}{12} > \dfrac{0{,}125 \cdot \pi}{V} \Leftrightarrow \underline{V > 6\pi} \approx 18{,}85 \frac{km}{h}$.
3. $\underline{\text{Carl est premier}}$, car $\dfrac{0{,}125 \cdot \sqrt{2}}{15} > \dfrac{0{,}125 \cdot \pi / 2}{17} \Leftrightarrow \underbrace{34 \cdot \sqrt{2}}_{48{,}1} > \underbrace{15\pi}_{47{,}1}$.