

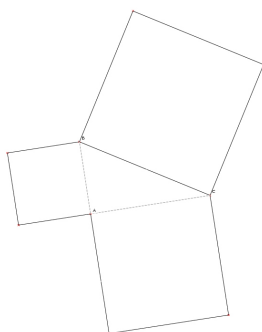
Olympiades académiques

Session 2003

26 Mars 2003

Exercice 1 : le lac

Trois propriétaires P_1 , P_2 et P_3 disposent chacun d'une parcelle de terrain, carrée, jouxtant un lac triangulaire ABC rectangle en A . Ils décident de délimiter leurs "eaux territoriales" en plaçant une bouée M de telle sorte que les surfaces MAB , MBC et MCA soient proportionnelles aux aires des parcelles adjacentes.



Déterminer la position de cette bouée dans le lac.

Exercice 2 : les pages du livre

Les pages d'un livre sont numérotées de 1 à n (on rappelle que la page numérotée 1 est toujours une page de droite). On additionne les numéros de toutes les pages et on trouve un total égal à 2003. Mais deux pages numérotées sont restées collées et leurs numéros n'ont pas été comptés.

Déterminer le nombre de pages du livre et les numéros des pages collées.

Exercice 3 : des configurations

On se propose de déterminer toutes les configurations de quatre points distincts A , B , C et D du plan tels que leurs distances mutuelles AB , AC , AD , BC , BD , CD , ne prennent que deux valeurs exactement que l'on notera x et y . C'est par exemple le cas lorsque $ABCD$ est un carré, x est la longueur des côtés et y celle des diagonales.

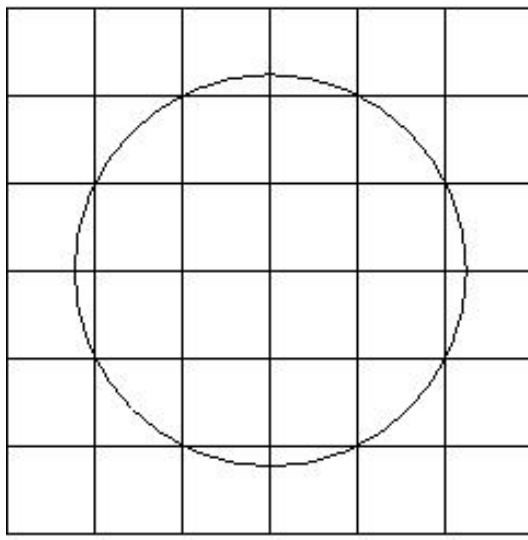
1. Etude du cas "1,5" où l'une des distances est égale à x et les cinq autres à y .
Montrer qu'il existe, à l'ordre près des points, une seule configuration répondant à la question. Dessiner cette configuration.
2. Etude du cas "2,4" où deux distances sont égales à x et les quatre autres à y
 - (a) On suppose que les deux segments de longueur x n'ont pas de sommet commun. Quelle configuration obtient-on ? La dessiner.
 - (b) Que se passe-t'il lorsque les deux segments de longueur x ont un sommet en commun ?
3. Etudier le cas "3,3".

Exercice 4 : la table de jardin

René dispose dans son jardin d'une très grande terrasse carrelée avec de très belles dalles carrées de 0,5m de côté. Il décide de construire sur cette terrasse une table ronde avec les pieds sur le bord et un parasol central.

René est un bricoleur prévoyant, aussi, pour gagner en stabilité, il décide que la table devra avoir le maximum de pieds, tous solidement fixés dans le sol. Tout comme le parasol car on n'est jamais à l'abri d'un coup de vent...

Mais René est aussi un bricoleur soigneux ; alors, pour ne pas détériorer les dalles, il choisit de percer la terrasse uniquement aux intersections des joints de séparation.



Si n désigne le nombre de pieds de la table et d son diamètre exprimé en mètres, on définit le coefficient de solidité s de la table par la formule $s = \frac{n}{d}$. Une table est donc d'autant plus solide que son coefficient est élevé.

1. Calculer le coefficient de solidité de la table de la figure ci-dessus.
2. Quelles sont les deux tables les plus petites ? Préciser leur coefficient de solidité.
3. Quel est le coefficient de solidité maximal d'une table de 12 pieds ?
4. Quelle est la table la plus solide ?
5. René peut-il fabriquer une table à 16 pieds dont le diamètre exprimé en mètres est un nombre entier ?