

Olympiades de mathématiques

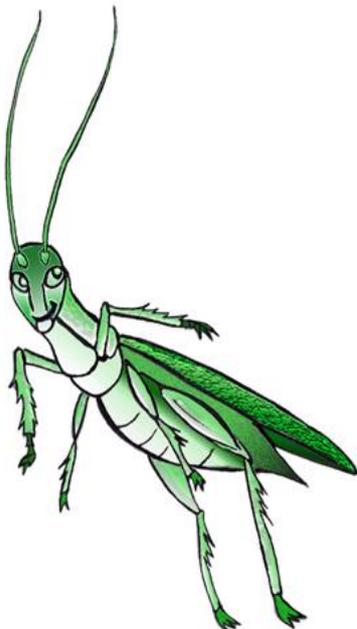
Classes de quatrième

1. L'escargot



Un escargot grimpe le long d'un poteau vertical de 2,5 mètres de hauteur, en commençant tout en bas, au niveau du sol. Il met une heure pour monter de 50 cm puis il met une heure pour redescendre de 40 cm. Il monte à nouveau de 50 cm pendant l'heure qui suit et redescend de 40 cm pendant l'heure d'après. Les montées de 50 cm et les descentes de 40 cm se succèdent ainsi de la même manière pendant des heures. Combien de temps l'escargot mettra-t-il pour atteindre le sommet du poteau ?

2. La sauterelle matheuse



Une sauterelle matheuse se déplace sur une droite graduée en faisant des bonds, mais ne peut pas se positionner en 0 ou en 1.

Si elle se trouve sur le nombre a (a ne vaut ni 0, ni 1), alors elle saute sur le nombre b qui vérifie la relation :

$$a + \frac{1}{b} = 1.$$

1. La sauterelle est placée sur le nombre 3. Sur quel nombre se trouve-t-elle après un bond ?

2. La sauterelle est sur le nombre $\frac{2010}{2011}$.

a) Montrer qu'après un bond, elle se trouve sur le nombre 2011.

b) Montrer qu'après trois bonds, elle est de nouveau sur $\frac{2010}{2011}$.

3. La sauterelle est placée sur un nombre a quelconque différent de 0 et de 1. Montrer qu'après trois bonds, elle est de nouveau sur a .

3. La bissectrice

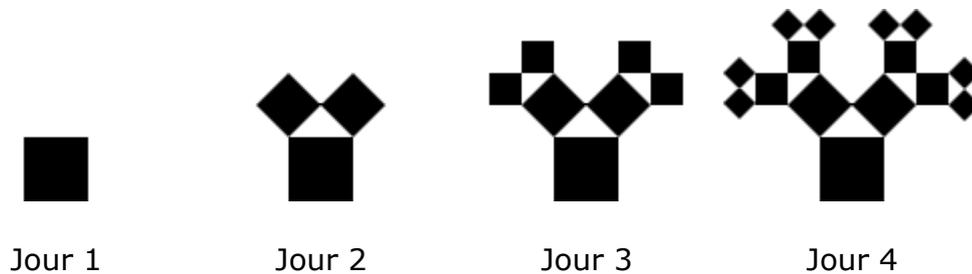
ABC est un triangle qui est tel que $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

La bissectrice de l'angle \widehat{ACB} coupe le côté [AB] en D et l'on a $CD=BD$.

Calculer les mesures des angles \widehat{ACB} et \widehat{CBA} (on pourra faire une figure à main levée).

4. Arbre de Pythagore

Un carré de côté de longueur 4 mètres se développe chaque jour, avec de nouveaux carrés, selon le schéma suivant:



1. À l'échelle 1/100, c'est-à-dire en remplaçant 4m par 4cm, faire une figure de l'arbre de Pythagore au jour 5 sur une feuille de papier quadrillé.

2. Donner, en m^2 , l'aire de l'arbre (c'est-à-dire la partie en noir) aux jours 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

3. Donner la hauteur de l'arbre aux jours 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

4. Montrer que la hauteur de l'arbre n'atteindra jamais 16 m.