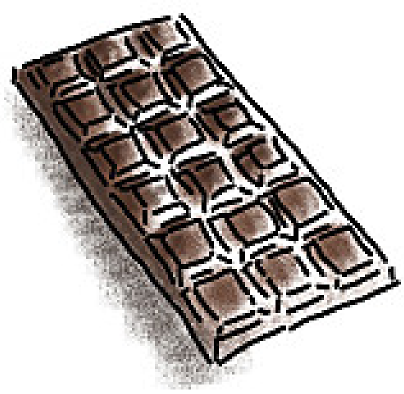
Olympiades de Mathématiques

Classes de quatrième

I La tablette de chocolat



1. Une tablette de chocolat rectangulaire est formée de 3 rangées de 6 carreaux de forme carrée. Diane coupe cette tablette le long de l'une de ses diagonales.
Montrer qu'elle a ainsi coupé 6 des 18 carreaux.

2. Lilia coupe une tablette de chocolat de a rangées de b carreaux le long de l'une de ses diagonales.
Combien de carreaux a-t-elle coupés :

   2.1. si $a = 9$ et $b = 10$?

   2.2. si $a = 2012$ et $b = 2013$?

   2.3. si $a = 2012$ et $b = 2000$?

II Le code

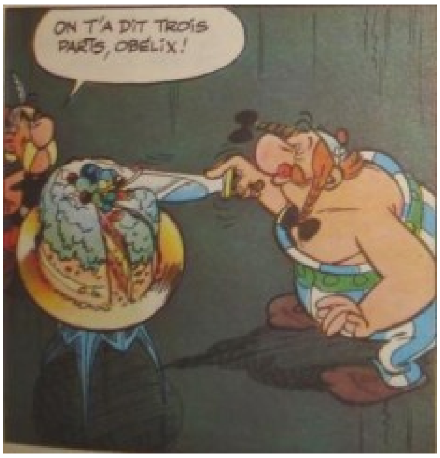
Source : F.Breant

Pour ouvrir la porte de l'immeuble de sa grand-mère, Claire doit composer un code à quatre chiffres.
Claire a oublié le code exact mais elle se souvient que ce code commence par 46 et qu'il est constitué de quatre chiffres distincts.

1. Combien existe-t-il de tels codes possibles ?

2. Claire se souvient de plus que la somme des quatre chiffres est un multiple à la fois de 4 et de 6.
Quel nombre maximum de tentatives devra réaliser Claire avant de composer le bon code ?

III Les droites équitables



Source : Uderzo, « Astérix et Cléopâtre »

Une droite est *équitable* pour une figure géométrique si elle partage cette figure en deux parties de même aire.
Dans les figures de cet exercice, on laissera les traits de construction.

1. On considère un disque de centre O et de rayon 4 cm. Tracer une droite *équitable* de ce disque.

2. Dans cette question, on considère un rectangle $ABCD$ avec :

   $$AB = 3 \text{ cm} \quad \text{et} \quad AD = 5 \text{ cm}$$

   Construire cinq droites *équitables* de ce rectangle.

3. On considère la figure donnée en annexe.
   Construire une seule droite qui soit équitable à la fois pour le parallélogramme $ABCD$ et le parallélogramme $EFGH$.
   L'annexe doit être rendue avec la copie.

IV Multiplier des entiers

1. Dans cette question on s'intéresse à l'égalité $(9-a)(9-b)=2$.

   1.1. Vérifier que lorsque $a=10$ et $b=11$, l'égalité $(9-a)(9-b)=2$ est vraie.

   1.2. Proposer une autre valeur pour a et une autre valeur pour b, avec $a<b$, pour lesquelles l'égalité $(9-a)(9-b)=2$ est vraie.

2. Par la suite, on considère cinq entiers a,b,c,d et e tels que $a<b<c<d<e$.
   Dans chacun des deux cas suivants, trouver toutes les valeurs possibles, si elles existent, de a,b,c,d et e, de telle sorte que l'égalité proposée soit vraie :

   - 1$^{\text{er}}$ cas : $(9-a)(9-b)(9-c)(9-d)(9-e)=30$
   - 2$^{\text{ème}}$ cas : $(9-a)(9-b)(9-c)(9-d)(9-e)=8$

Nom,   Prénom : ....

Établissement : ....

ANNEXE (*à rendre avec la copie*)