

TP sur les schémas à un pas

Voici quelques exercices à propos des schémas à un pas pour vous entraîner sur Scilab. J'ai en fait repris les exemples d'Anne et Pierre sous forme d'exercice. D'autre part je rappelle qu'il y avait déjà quelques exercices sur ce thème sur la troisième feuille de TP.

1 Exemple linéaire

On considère le système :

$$\begin{cases} y'(t) = -10y(t), & t \in \mathbf{R}_+ \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

1. Utiliser un schéma explicite pour résoudre ce système.
2. Utiliser un schéma implicite pour résoudre ce système.
3. Utiliser un schéma de type Runge-Kutta pour résoudre ce système.
4. Sur un même graphe, représenter la solution exacte ainsi que les solutions approchées obtenues par les différents schémas précédents d'abord pour un pas plus grand que 0,2 puis pour un pas plus petit.
5. Comparer graphiquement l'ordre de ces méthodes. Calculer numériquement ces ordres.

2 Cas du cercle

On considère le système :

$$\begin{cases} y'(t) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} y(t), & t \in \mathbf{R}_+ \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

On peut montrer que la solution de ce système est un paramétrage du cercle de centre 0 et de rayon 1 dans \mathbf{R}^2 . Nous allons voir que certains schémas permettent de mieux approcher ce cercle que d'autres.

1. Utiliser un schéma explicite pour résoudre ce système.
2. Utiliser un schéma implicite pour résoudre ce système.
3. Utiliser la θ -méthode pour résoudre ce système, avec $\theta = 1/2$.

4. Utiliser un schéma de type Runge-Kutta pour résoudre ce système.
5. Dans le plan, représenter la solution exacte ainsi que les solutions approchées obtenues par les différents schémas précédents.
6. Calculer la norme de y_n à chaque étape pour chaque méthode.