* action de G sur $\mathfrak{g}$

$$gX = g \cdot X \cdot g^{-1}$$

* polynômes sur $\mathfrak{g}$ à val. cplx.

$$(gP)(x) = P(g^{-1}x) \quad (= P(g^{-1}x\, g))$$

II Formes invariantes différentielles équivariantes

On considère $A(M, \mathbb{C}(\mathfrak{g}))$ ~~$\mathfrak{g}$~~ $= \mathbb{C}(\mathfrak{g}) \otimes_{\mathbb{C}} A(M)$

les formes différentielles sur M à valeur
(~~des~~ $\overset{\circ}{\alpha}$ à coeff. dans les polynômes sur $\mathfrak{g}$).

on a $\quad d(P \otimes \alpha) = P \otimes d\alpha$

Rem: d commute avec l'évaluation du polynôme sur $\mathfrak{g}$.

$X \in \mathfrak{g} \quad (d\beta)(X) = d(\beta(X)) \qquad \forall \beta \in A(M, \mathbb{C}(\mathfrak{g}))$

G agit sur $A(M, \mathbb{C}(\mathfrak{g}))$

$$(g\beta)(X) = g\,(\beta(g^{-1}X))$$

~~l'action de~~

l'action de G respecte d

$$(g(d\alpha))(X) = g((d\alpha)(g^{-1}X))$$
$$= g(d(\alpha(g^{-1}X))) = d(g(\alpha(g^{-1}X)))$$
$$= d((g\alpha)(X)) = (d(g\alpha))(X)$$

Def : $A_G(M)$ est l'espace des éléments de $A(M_{\mathfrak{g}}, \mathbb{C}[\mathfrak{g}])$ qui sont invariants par l'action de G.

Rem : l'action de G respecte le degré des formes et aussi degré des polynômes

$\Rightarrow$ bigraduation ~~dont~~ on fait une graduation simple.

$$\deg(P \otimes \alpha) = 2\deg P + \deg \alpha.$$

Def diff. équivariante pour $X \in \mathfrak{g}$

$$(d_{\mathfrak{g}}\alpha)(X) = (d\alpha)(X) - (\iota_{V_X})\alpha(X).$$