
QUESTIONS DE COURS
– à préparer pour l'examen du 11 mai 2026 –

- Q1. Préciser l'énoncé, rappeler la définition de $o(h)$ et montrer le résultat suivant : Si $f : U \rightarrow \mathbb{R}^n$, $f(h) = o(h)$, $T : \mathbb{R}^n \rightarrow G$, T linéaire, alors $T(f(h)) = o(h)$.
- Q2. Préciser l'énoncé et montrer la propriété suivante : si $T : \mathbb{R}^n \rightarrow F$ est linéaire, alors $d_a T(h) = T(h)$.
- Q3. Préciser l'énoncé et montrer la formule suivante : $d_a f(h) = \sum_{j=1}^n h_j \partial_j f(a)$.
- Q4. Énoncer la règle de la chaîne. Que devient la règle de la chaîne si $n = 1$?
- Q5. Énoncer et montrer le théorème des accroissements finis et l'inégalité des accroissements finis.
- Q6. Montrer qu'une fonction différentiable a des dérivées directionnelles et obtenir la formule qui relie dérivée directionnelle et gradient.
- Q7. Soit $k \geq 2$ un entier. Donner la définition d'une fonction k fois différentiable et d'une fonction de classe C^{k-1} , et montrer qu'une fonction k fois différentiable est de classe C^{k-1} .
- Q8. Compléter et montrer le résultat suivant : si f est deux fois différentiable et $g(t) := f((1-t)x + ty)$, alors g est deux fois dérivable, $g'(t) = \dots$ et $g''(t) = \dots$ (Donner et montrer les formules.)
- Q9. Énoncer la formule de Taylor-Young à l'ordre deux avec point intermédiaire. Préciser sous quelles hypothèses elle est valide, et rappeler les définitions des vecteurs et matrices qui figurent dans la formule.
- Q10. Énoncer et montrer le théorème de Fermat.
- Q11. Rappeler la définition d'une fonction coercive et montrer le résultat suivant : une fonction continue et coercive sur \mathbb{R}^n a un point de minimum.
- Q12. Préciser et montrer le résultat suivant : f est convexe $\iff (\nabla f(y) - \nabla f(x)) \cdot (y - x) \geq 0$, $\forall x, y \in C$.