

**Auto-contrôle #4**  
–le 2 décembre 2019–  
–durée 45 minutes–

**Exercice #1.** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction  $2\pi$ -périodique définie par  $f(x) = x, \forall -\pi \leq x < \pi$ . À partir du calcul des coefficients de Fourier de  $f$ , calculer la somme

$$\sum_{k \geq 0} \frac{1}{(4k+1)(4k+3)}.$$

**Exercice #2.** Soit

$$f(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{-n/2} e^{-|x|^2/t} dt, \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

1. Montrer que  $f$  est borélienne.
2. Montrer que  $f$  est Lebesgue intégrable.
3. Calculer  $\hat{f}$ .