Analyse complexe
L3 Mathématiques générales et applications 2015–2016
Plan des cours

6 Cours du 23 mars 2016

3 Fonctions analytiques

1. Principe des zéros isolés (preuve).
2. Fonctions de la forme $f(z) := \int_{\mathscr{C}(a,r)} \frac{\varphi(\zeta)}{\zeta - z}\, d\zeta$, avec φ continue.
   a) Dans $\mathbb{D}(a,r)$, $f(z) = \sum_{n\geq 0} a_n (z-a)^n$, avec $a_n = \int_{\mathscr{C}(a,r)} \varphi(\zeta)(\zeta - a)^{-n-1}\, d\zeta$.
   b) Dans $\mathbb{C} \setminus \overline{\mathbb{D}}(a,r)$, $f(z) = \sum_{n<0} a_n (z-a)^n$, avec $a_n = -\int_{\mathscr{C}(a,r)} \varphi(\zeta)(\zeta - a)^{-n-1}\, d\zeta$.

4 Singularités simples

1. Formule de représentation de Cauchy pour une fonction holomorphe dans un anneau.
2. Singularités artificielles.
3. Pôles.

5 Résidus et indices

1. Développement en série de Laurent.
2. Formule de calcul des coefficients de Laurent : $a_n = \frac{1}{2\imath\pi} \int_{\mathscr{C}(a,r)} (z-a)^{-n-1} f(z)\, dz$.
3. Unicité des coefficients (énoncé).
4. Résidu $\mathrm{Res}\,(f,a)$.