Université Claude Bernard Lyon 1 — Master de mathématiques 1re année
UE Équations aux dérivées partielles — Parcours Mathématiques générales

Devoirs maison

Devoir #1 Pour l'équation des ondes d'inconnue $u = u(x,t)$, $x \in \mathbb{R}^n$, $t \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} u_{tt} - \Delta_x u = 0 & \text{dans } \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \\ u(x,0) = f(x) & \forall\, x \in \mathbb{R}^n \\ u_t(x,0) = g(x) & \forall\, x \in \mathbb{R}^n \end{cases} \tag{1}$$

avec $f = f(x), g = g(x) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ de régularité suffisante :

1. Établir les formules de résolution.
2. Vérifier que la fonction u ainsi trouvée est bien solution classique de (1).

Référence suggérée : Evans, Partial Differential Equations [2, Section 2.4.1].

À rendre le 24 février 2023. Compte pour 10 % de la note.

Devoir #2 Comprendre et détailler la preuve du théorème de Hille-Yosida-Phillips sur la résolution de l'équation linéaire $u_t + Au = 0$:

1. Dans le cadre d'un espace de Hilbert (référence suggérée : Brezis, Analyse fonctionnelle [1, Sections VII.1, VII.2]).
2. Dans le cadre d'un espace de Banach (référence suggérée : Reed et Simon, [3, Theorem X.47a].

À rendre le 7 avril 2023. Compte pour 20 % de la note.

Références

[1] H. Brezis. *Analyse fonctionnelle. Théorie et applications.* Collection Mathématiques Appliquées pour la Maîtrise. Masson, Paris, 1983.

[2] L. C. Evans. *Partial differential equations*, volume 19 of *Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI, second edition, 2010.

[3] M. Reed and B. Simon. *Methods of modern mathematical physics. II. Fourier analysis, self-adjointness*. Academic Press [Harcourt Brace Jovanovich, Publishers], New York-London, 1975.