

ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2015-2016 **REF.**
ANNÉE D'ÉTUDE : L2
MATIÈRE : PROBABILITÉS, STATISTIQUES
ENSEIGNANT : Dieter Mitsche
THÈME DE LA SÉANCE : Estimation; intervalles de confiance.

Fiche TD 1 - L2 Économie-Gestion

Exercice 1 : estimation d'une moyenne; écart-type connu (Anderson)

Chaque semaine, le magasin Monoprix de A. sélectionne un échantillon de 100 clients, pour estimer le montant moyen des dépenses de chaque client. En se fondant sur les nombreuses enquêtes précédentes, Monoprix suppose que la dépense de chaque client suit approximativement une loi normale, d'écart-type 10 euros.

Cette semaine, la moyenne d'échantillon observée par le Monoprix de A. est 45 euros. On note μ le montant moyen dépensé par les clients cette semaine.

- Construire un intervalle de confiance pour μ au seuil 95%.
- Construire un intervalle de confiance pour μ au seuil 99%.

Exercice 2 : estimation d'une moyenne; écart-type connu (Anderson)

L'écart-type d'une population est supposé connu égal à 15.

- La moyenne d'un échantillon aléatoire de 60 observations est égale à 80. Construire un intervalle de confiance à 95% pour la moyenne de la population.
- On effectue 60 observations supplémentaires; la moyenne de l'échantillon aléatoire de 120 observations est toujours 80. Construire un intervalle de confiance à 95% pour la moyenne de la population.
- Combien d'observations doit-on effectuer pour obtenir une marge d'erreur de 1 au seuil de confiance de 95% ?

Exercice 3 : estimation d'une moyenne; écart-type inconnu

Un échantillon tiré d'une population suivant une loi normale fournit les observations suivantes :

120, 141, 93, 105, 76, 132, 109, 117

- Donnez une estimation ponctuelle de la moyenne de la population.
- Donnez une estimation ponctuelle de l'écart-type de la population.
- Donnez un intervalle de confiance à 95% pour la moyenne de la population.

Exercice 4 (Exercice d'examen)

1. On considère l'échantillon suivant, constitué de tirages suivant une loi normale d'espérance μ et d'écart-type $\sigma = 3$, $\mathcal{N}(\mu, 3^2)$:

14.5	9.3	12.3	10.4	12.9	10.2	13.5	14.2
------	-----	------	------	------	------	------	------

a. Construire un intervalle de confiance pour μ , au niveau de confiance 99%. **Expliquer les étapes de votre démarche.**

b. Toujours au niveau de confiance 99%, on souhaite obtenir une marge d'erreur pour μ inférieure ou égale à 0.5; comment choisir la taille de l'échantillon (on suppose toujours $\sigma = 3$) ?

2. On considère l'échantillon suivant, constitué de tirages suivant une loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ inconnu, $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$:

18.8	11.2	3.4	8.6	17.4	7.7	15.8	12.5
------	------	-----	-----	------	-----	------	------

Construire un intervalle de confiance pour μ , au niveau de confiance 95%. **Expliquer les étapes de votre démarche.**

Exercice 5 : estimation d'une proportion

Une enquête de La Poste indique que l'envoi personnalisé d'un courrier publicitaire à un client potentiel entraîne une visite en magasin de ce client dans 46% des cas (entendu à la radio).

Supposons que ce résultat vienne d'une enquête sur 50 courriers envoyés. Construire un intervalle de confiance à 90% pour la proportion de destinataires du courrier se rendant en magasin.

Exercice 6 : estimation d'une proportion

Deux candidats sont en lice pour la prochaine élection, A et B. Un sondage donne A gagnant avec 55% des voix contre 45 à son adversaire.

a. On suppose que 250 personnes ont été sondées. Construire un intervalle de confiance pour la proportion de votants en faveur de A en utilisant un seuil de 95%.

b. Même question, si on suppose maintenant que 1000 personnes ont été interrogées.

Exercice 7 : taille d'échantillons

On souhaite faire une enquête sur le salaire annuel moyen à la sortie d'une école d'ingénieur. Avant de commencer l'enquête, on se pose les questions suivantes : avec quelle précision souhaite-t-on connaître le salaire moyen ? Quelle taille d'échantillon choisir ? On estime grossièrement l'écart-type à environ 3500 euros. a. Utilisez cet ordre de grandeur pour estimer la taille de l'échantillon si on souhaite une marge d'erreur de 500 euros, au seuil de confiance 95%.

b. De même, estimer la taille de l'échantillon si on souhaite une marge d'erreur de 100 euros.

c. Recommanderiez-vous d'utiliser plutôt une marge d'erreur de 100 ou 500 euros ?

Exercice 8 : estimation d'une moyenne, écart-type inconnu

a. Un échantillon de 11 observations fournit une moyenne d'échantillon de 42, et un écart-type d'échantillon de 9. On souhaite construire un intervalle de confiance pour la moyenne de la population au seuil de confiance de 90%. Quelle hypothèse doit-on faire sur la population ? Construire l'intervalle de confiance.

b. L'échantillon contient maintenant 85 observations; la moyenne d'échantillon est 44, et l'écart-type d'échantillon 9.5. On veut construire un intervalle de confiance, comme à la question a. A-t-on besoin de faire la même hypothèse ? Pourquoi ? Construire l'intervalle de confiance.