T.D. 3 : Probabilités conditionnelles .

Exercice 1 :

Trois pannes P1, P2, P3, apparaissent avec les probabilités suivantes:
25% pour P1,   25% pour P2,   50% pour P3.
Ces pannes de l'appareil ont les probabilités respectives 7%, 33%, 12%, de provoquer un court circuit.
Un court circuit a lieu, quelle est la panne la plus probable parmi P1, P2, P3 ?

Exercice 2 :

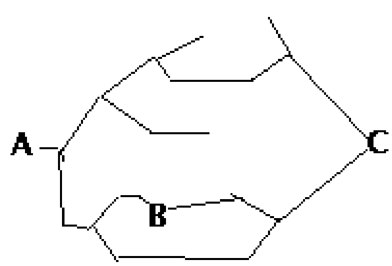
Dans le pays de Yellowland, un homme a 1 chance sur 2 d'être blond et une femme 1 chance sur 3.
Vous débarquez dans la capitale Yellowtown et vous apercevez de loin un habitant blond.
Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

Exercice 3 :

Un test T est destiné à contrôler si un réveil électronique est ou non défectueux.
Dans l'usine de production, on a constaté au fil des ans que la proportion de réveils fabriqués en bon état de marche est toujours de x.
Le test T détecte un mauvais fonctionnement dans 95% des cas où le réveil est défectueux, et dans 3% des cas où le réveil fonctionne correctement.
Quelle est la probabilité qu'un réveil, détecté non valable par T, soit en fait en bon état ?

Exercice 4 :

Un professeur mal réveillé, se rend chaque matin de son domicile A à l'IUT, désigné par C, avec 1 chance sur 2 de prendre le bon chemin à chaque carrefour.

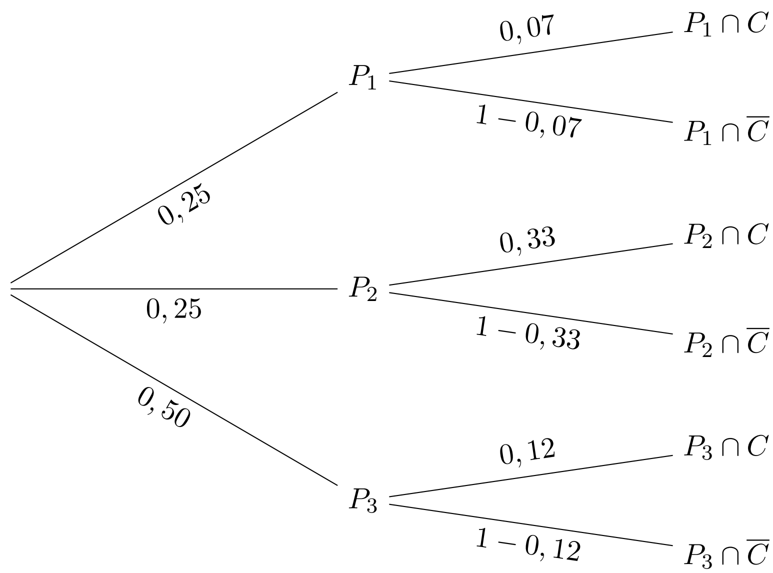


Quelle est la probabilité qu'il arrive en C ?
Ce matin il est bien arrivé à l'IUT, quelle est la probabilité qu'il soit passé par B ?

TD 3. Probabilités conditionnelles

Pour les exercices de probabilités conditionnelles, on fait *toujours* un arbre.

Exercice 1
Soit C : il y a un court-circuit.



On calcule la probabilité de chaque panne sachant qu'il y a un court-circuit. Par définition :

$$\mathrm{Pr(P1|C)} = \mathbb{P}_C(P_1) = \frac{\mathbb{P}(P_1 \cap C)}{\mathbb{P}(C)} = \frac{\mathrm{Pr(C|P1)} * \mathrm{Pr(P1)}}{\mathrm{Pr(C)}}$$

On calcule :

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(C) &= \mathbb{P}(P_1 \cap C) + \mathbb{P}(P_2 \cap C) + \mathbb{P}(P_3 \cap C) \\
&= \qquad\qquad + \qquad\qquad + \\
&= 0,16.
\end{aligned}$$

Donc :

$$\mathbb{P}_C(P_1) = \frac{\mathbb{P}(P_1 \cap C)}{\mathbb{P}(C)} = \frac{\qquad}{0,16} \simeq 0,11$$

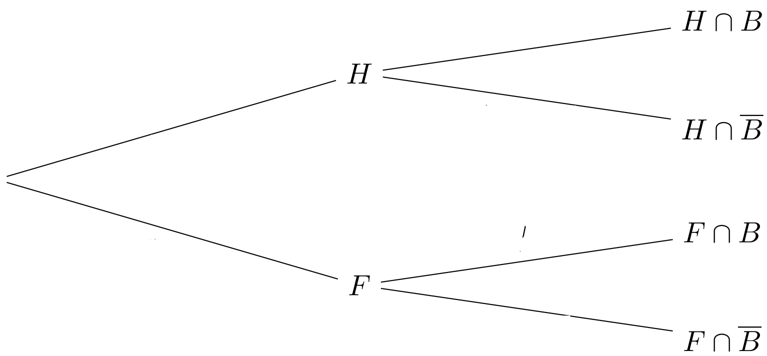
$$\mathbb{P}_C(P_2) = \frac{\mathbb{P}(P_2 \cap C)}{\mathbb{P}(C)} = \frac{\qquad}{0,16} \simeq 0,52$$

$$\mathbb{P}_C(P_3) = \frac{\mathbb{P}(P_3 \cap C)}{\mathbb{P}(C)} = \frac{\qquad}{0,16} \simeq 0,38$$

La panne la plus probable sachant qu'on a un court-circuit est donc la panne P_2.

Exercice 2

Soit H : c'est un homme ; F : c'est une femme ; B : la personne est blonde.



La probabilité qu'une personne soit blonde est :

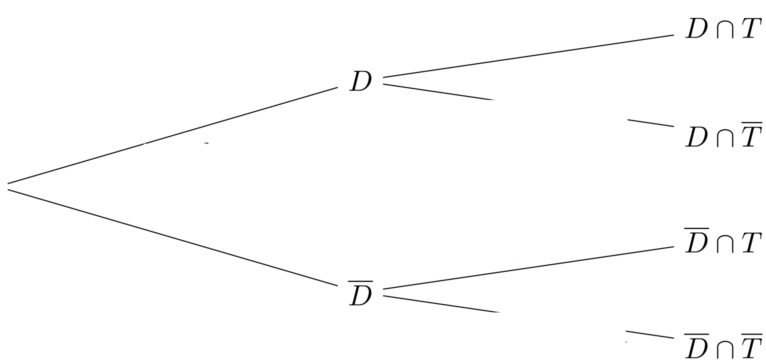
$$\begin{aligned} \mathbb{P}(B) &= \mathbb{P}\big(B \cap H\big) + \mathbb{P}\big(B \cap F\big) \\ &= \qquad\quad + \\ &= 5/12. \end{aligned}$$

Donc, sachant qu'une personne est blonde, la probabilité que ce soit une femme est :

$$\mathbb{P}_B(F) = \frac{\mathbb{P}\big(F \cap B\big)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\qquad}{} = 0,40.$$

Exercice 3

Soit T : le test dit qu'il y a un mauvais fonctionnement ; D : L'appareil a (vraiment) un défaut.



La probabilité totale de T est :

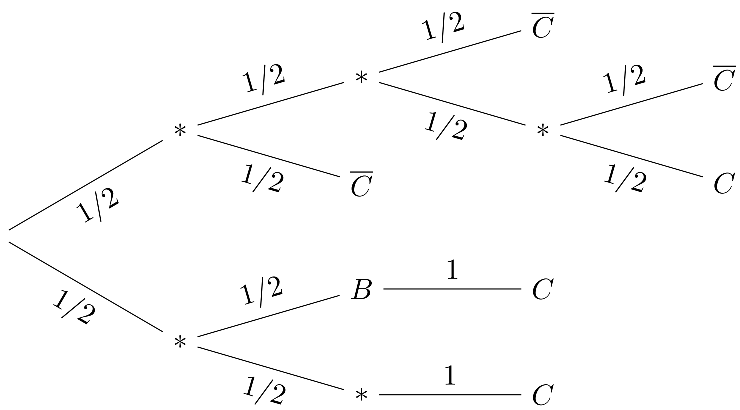
$$\begin{aligned} \mathbb{P}(T) &= \qquad\quad + \\ &= \qquad\qquad + \\ &= \qquad\qquad . \end{aligned}$$

Donc, sachant que le test dit que le produit est non valable, la probabilité que le produit n'ait pas de défaut est :

$$\mathbb{P}_T\left(\overline{D}\right) = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

Exercice 4

Soit C : le prof arrive à l'IUT, $\overline{C}$: il est perdu. B : le prof passe par B.



La probabilité d'arriver en C est la somme des probabilités des trois branches qui arrivent en C :

$$\mathbb{P}(C) = \qquad = 9/16.$$

La probabilité qu'il arrive en C en passant par B est la probabilité de la seule branche qui arrive en C en passant par B :

Pr(B) * Pr(C|B) = $\mathbb{P}(B \cap C) = (1/2)^2 \cdot 1 = 1/4.$

Sachant qu'il est arrivé en C, la probabilité qu'il soit passé par B est donc :

Pr(B|C) = $\mathbb{P}_C(B) = \qquad = \frac{4}{9}.$