

Sur Bachelard

Michel Mizony

A partir du livre : le nouvel esprit scientifique (1934)

Institut Camille Jordan (UMR 5208 CNRS), Université lyon 1
et IREM de Lyon
43, bd. du 11 Novembre 1918, 69622 Villeurbanne cedex
e-mail : mizony@univ-lyon1.fr

1 Introduction

Bonjour Jean-Louis ; tu m'as prêté un livre de Bachelard, auteur que je n'avais jamais lu, je t'en remercie. Ma surprise fut grande à sa lecture et je voudrai te dire pourquoi.

Certes, il ne faut jamais jeté le bébé avec l'eau du bain, G. Bachelard a des points de vues très intéressants et innovants. Citons une argumentation forte contre tout réalisme naïf qu'il remplace par un réalisme qu'il appelle mathématique et d'autre part il démontre la fin de toute forme de déterminisme cartésien. Il montre à quel point le travail du scientifique change et doit changer. Mais une fois dit cela, ce livre m'a profondément déçu par l'ampleur des erreurs graves qu'il commet et qui de plus font des dégâts encore aujourd'hui. Aussi, tout en reconnaissant le magnifique travail de Bachelard, je voudrai en montrer des limites et erreurs.

Je traiterai plusieurs aspects qui posent problème :

- La problématique de départ complètement faussée.
- Une attaque virulente contre H. Poincaré, attaque erronée ; Bachelard étale ainsi sa méconnaissance en profondeur des géométries non-euclidiennes.
- Enfin il présente un rapport entre les mathématiques et la physique complètement aberrant.

Je commencerai par ce dernier point qui permet un survol de l'ouvrage de Bachelard et je terminerai par le premier qui est à la racine des erreurs graves de G. Bachelard.

2 Rapports entre maths et physique selon Bachelard

Partons de citations qui égrènent son livre, la plupart figurant dans la partie conclusive de chapitres. Je donne les pages dans l'édition du PUF de 1934.

- pp.61-62 : *C'est donc en termes de possibilités expérimentales que s'exprime la Physique mathématique. [...] Désormais l'étude du phénomène relève d'une activité purement nouménale ; c'est la mathématique qui ouvre les voies nouvelles à l'expérience.*
- p. 86 : *La réalité se transforme en réalisme mathématique, puis le réalisme mathématique vient se dissoudre dans une sorte de réalisme des probabilités quantiques.*
- p. 99 : *Le corpuscule et l'onde ne sont pas des choses liées par des mécanismes. Leur association est d'ordre mathématique, on doit les comprendre comme des moments différents de la mathématisation de l'expérience.*
- p. 101 : [... :] *l'onde est un tableau de jeux, le corpuscule est une chance.*
- p. 138 : *C'est dans le domaine mathématique que sont les sources de la pensée expérimentale contemporaine.*
- p. 141 : *Il y a endosmose de la psychologie mathématique et de la psychologie expérimentale.*
- p. 171 : *Bientôt on inscrira sur la porte du laboratoire de physique et de chimie l'avertissement platonicien : "Nul n'entre ici s'il n'est pas géomètre."*

Si les premières citations contiennent une part de vérité que je préciserai, les deux dernières sont fausses, inqualifiables et inamendables. Ici je pèse mes mots. Le livre de G. Bachelard m'a semblé d'un dogmatisme outrancié.

Je n'irai pas jusqu'à dire que Bachelard est un sectaire, mais son livre se termine en assénant une "vérité" complètement fautive et dangereuse : c'est grave. Voulait-il se persuader de cette "vérité" qu'il affirme ? Relisez la dernière citation ; pour moi elle est signe j'oserai dire "d'une forme de folie".

Avant de voir la fausseté des deux dernières affirmations, je voudrai réexprimer d'une manière plus correcte les premières qui contiennent une bonne part de vérité. Pour cela le guide est de remplacer certains articles définis par des indéfinis ; ainsi le "gourou" redeviendra le philosophe des sciences Gaston Bachelard.

- pp.61-62 : *C'est donc en termes de possibilités expérimentales que s'exprime la Physique mathématique. [...] Désormais l'étude du phénomène relève d'une activité purement nouménale ; la mathématique ouvre **des** voies nouvelles à l'expérience.*
- p. 86 : *La réalité se transforme **souvent** en réalisme mathématique, puis le réalisme mathématique vient **parfois** se dissoudre dans une sorte de réalisme des probabilités quantiques.*
- p. 99 : *Le corpuscule et l'onde ne sont pas des choses liées par des mécanismes. Leur association **semble** d'ordre mathématique, on **peut** les comprendre comme des moments différents **d'une** mathématisation de l'expérience.*
- p. 101 : [... :] *l'onde est **interprété comme** un tableau de jeux, le corpuscule **comme** une chance. ou encore : **tout se passe comme si** l'onde est un tableau de jeux, le corpuscule est une chance.*
- p. 138 : *C'est **du** domaine mathématique que **proviennent de nouvelles** sources de la pensée expérimentale contemporaine.*

Ma longue coopération d'une part avec des astronomes et astrophysiciens et d'autre part avec des mécaniciens travaillant sur des phénomènes vibratoires fortement variables m'ont montré que c'est la collaboration entre le physicien et le mathématicien qui est fructueuse. Un seul exemple : c'est Ahmad qui me dit un jour "tu vois, Michel, je n'y comprend

rien, j'ai fait des tas d'essais pour renormaliser ce qui se produit et tout va bien lorsqu'on suppose que le ΔT de la pièce qui vibre n'est pas le Δt du labo". Je lui ai répondu "ce qui signifie que le temps propre de la pièce qui vibre est différent du temps du laboratoire". Or il travaillait avec un Lagrangien; donc la dérivation par t dans les équations d'Euler-Lagrange a un sens si t est le temps propre T de la pièce mobile. Ce n'est que deux ans après que j'ai compris que les équations d'Euler-Lagrange étaient, par construction même, relativistes. Il y a eu éclairage mutuel entre le matheux et le mécanicien. Et ce fut fructueux pour moi car j'ai enfin compris pourquoi la théorie d'Euler-Lagrange-Newton de la gravitation était mathématiquement équivalente à la relativité générale (résultat que j'avais établi abstraitement 10 ans auparavant mais dont je n'avais pas encore saisi le pourquoi physique). Certes le physicien doit avoir maintenant une très bonne formation mathématique, mais il accompli avant tout un travail de physicien, en particulier sur les possibles expérimentalement parlant et sur le sens de ces expériences éventuelles.

Il y a contradiction entre le vécu des scientifiques aujourd'hui et les deux dernières affirmations de Bachelard. Par contre les premières affirmations, légèrement affaiblies comme je les présente, me semblent très pertinentes.

3 Bachelard se trompe lourdement sur Poincaré

Page 49 Bachelard dit : *On comprend alors l'abandon total de l'opinion de Poincaré relative à la commodité suprême de la géométrie euclidienne. Cette opinion nous paraît plus qu'une erreur partielle [...]. Quand Poincaré eut démontré l'équivalence logique des diverses géométries, il affirma que la géométrie d'Euclide resterait toujours la plus commode et qu'en cas de conflit de cette géométrie avec l'expérience physique on préférerait toujours modifier la théorie physique que de changer la géométrie élémentaire.*

Pourquoi cette exécution sommaire de Poincaré, un des plus grands géomètres? Non seulement Bachelard se méprend sur le sens que donne Poincaré aux mots "commodité" et "commode", mais encore montre sa méconnaissance profonde des géométries. En particulier la compréhension du mot "commode" est étroitement liée à la compréhension de ce qu'est le pluralisme théorique; or ce pluralisme théorique (déjà signalé par Kant et bien institué par Poincaré) ruine de fait la problématique de départ de Bachelard, ce que nous verrons au prochain §.

Au niveau des mots concernant les exemples classiques de géométries non-euclidiennes : il est question du disque hyperbolique, du ruban de Moëbius, de la bouteille de Klein, Le disque hyperbolique (dit de Poincaré) est une représentation euclidienne d'une géométrie non euclidienne obtenue par l'action d'un groupe sur un ensemble (définition intrinsèque); il est rarement présenté cette géométrie de manière intrinsèque (sauf dans des cours de maths très spécialisés), elle est toujours présentée par une de ses réalisations dans un espace euclidien (disque de Poincaré, demi-plan de Poincaré) car on saisi par ces images représentatives ce qui se passe. D'où vient le mot "ruban" dans le ruban de Moëbius, cela vient d'une représentation dans R^3 d'une géométrie obtenue à partir du carré unité de R^2 par une identification simple des bords de ce carré; il est alors rapide de voir dans

sa réalisation (on dit plongement en termes géométriques) dans R^3 que l'on obtient une surface à une face. Il est tellement "commode" d'utiliser un plongement euclidien ou pseudo-euclidien d'une géométrie que l'on donne un nom à cette géométrie, nom provenant d'une de ses réalisations dans un espace (pseudo)euclidien. Idem pour la sphère de Riemann ou la bouteille de Klein (son plongement vulgarisé dans un espace euclidien a une forme de bouteille ayant deux trous, bouteille incapable de retenir le moindre liquide). De fait lorsqu'un géomètre étudie une géométrie non-euclidienne définie intrinsèquement, il n'a de cesse que d'en chercher une réalisation par plongement (problème souvent très difficile), afin de comprendre mieux ce qui se passe et d'en avoir une image ou des images mentale(s) utile(s). En ce sens Poincaré a raison quand il dit que la géométrie d'Euclide resterait la plus "commode". Dans les années 90 j'ai réalisé (à force de travail et d'astuces) le plongement de tout modèle d'univers homogène et isotrope dans l'espace pseudo-euclidien R^{1+4} ; on "voit" alors en chaque point la variété tangente qui est l'espace de Minkowski et de plus on a pu définir (avec l'astrophysicien Marc Lachieze-Rey) une variété osculatrice tangente, ce qui permet d'obtenir une bonne métrique approximative locale pour l'étude des effets cosmologiques sur notre univers proche (cf. *Astronomie et Astrophysique de mars 2005*). Oui les espaces (pseudo)euclidiens sont non seulement commodes mais utiles, n'en déplaise à Bachelard. Faut-il mieux parler de l'espace de de Sitter (représenté par un des hyperboloïdes dans R^5) ou de sa définition intrinsèque : la géométrie canonique du groupe quotient $SO(1, 4)/SO(1, 3)$?

Venons-en à un niveau plus profond : la correspondance métrique \rightarrow lagrangien. Nous avons un résultat fondamental : Soit donc (M, g) une variété métrique soit une carte U de cette variété plus précisément une bijection de cet ouvert U sur un ouvert V d'un espace euclidien, soit ds^2 la réalisation sur V comme deux-tenseur métrique de la métrique abstraite g . Je ne fait qu'utiliser la définition d'une géométrie métrique dans un langage moderne, mais Poincaré, Hilbert, Riemann, Einstein, etc. connaissaient bien tout ça. Le mot "carte" vient des projections planes usuelles de la mappemonde (i.e. de la sphère de Riemann $SO(3)/SO(2)$). Le résultat est le suivant : à la métrique $ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j$ on associe le Lagrangien L défini par $2L = g_{ij}\dot{x}^i \dot{x}^j$, alors les équations d'Euler-Lagrange associées à L sont (mathématiquement) équivalentes aux équations des géodésiques associées à la métrique ds^2 . Visiblement Bachelard n'a pas perçu la portée de ce théorème qu'utilise Poincaré, au vu de ce qu'il raconte de faux sur Poincaré à la page 41 ; dans toute cette page, Bachelard raconte ce qu'il pense être la pensée de Poincaré, sans jamais le citer ; c'est lamentable, Bachelard n'a vraiment rien compris.

Résumons : On obtient les mêmes résultats en partant d'une géométrie métrique (non-euclidienne) ou d'un Lagrangien sur un espace euclidien ! Attention, si à toute métrique on peut associer un lagrangien, la réciproque est fautive ; il existe des lagrangiens ne pouvant provenir d'aucune métrique ; on pourrait dire que "les théories lagrangiennes forment un cadre mathématique plus général que celle des géométries métriques".

Excusez-moi d'avoir été un peu technique, mais il le fallait aussi pour une autre raison. En 1905 lorsque Poincaré et Einstein on mis au point indépendamment ce qui est appelé la relativité restreinte, Einstein a utilisé le point de vue métrique, Poincaré a utilisé un point de vue lagrangien ; comme les équations d'Euler-Lagrange traduisent un principe de

moindre action, les trajectoires de Poincaré sont les plus économes, ces mêmes trajectoires obtenues par Einstein sont par contre les plus courtes. On a là un bel exemple de pluralisme théorique. L'histoire a retenu la modélisation d'Einstein et, ce qui est dramatique, la plupart des scientifiques et des philosophes des sciences croient que c'est la seule modélisation possible! De fait cela a totalement échappé à Bachelard (il est tombé dans le piège) de même qu'un autre résultat de Poincaré, pourtant signalé dans son livre "La science et l'hypothèse"; Poincaré a démontré que toute théorie procédant d'un principe de moindre action (ce qui est le cas de toute théorie métrique) admet automatiquement une infinité de modélisations, mathématiquement équivalentes, expérimentalement indiscernables (toute expérience validant ou invalidant l'une, valide ou invalide les autres) et conceptuellement différentes. Ce résultat d'une grande importance épistémologique n'a visiblement pas été saisi par Bachelard; il n'est pas le seul, loin de là car à part Gonseth, Quine et Gilles Gaston Granger, je cherche les philosophes des sciences qui tiennent compte de ce résultat.

4 Sur la problématique de G. Bachelard

Page 8 Bachelard annonce clairement la couleur : *Nous essaierons donc de montrer au cours de cet ouvrage ce que nous appellerons la réalisation du rationnel ou plus généralement la réalisation du mathématique.* S'agit-il d'un réalisme mathématique pur et dur dans l'esprit de l'auteur? La réponse est incontestablement oui, au vu des affirmations qu'il donne au fil des chapitres que je cite dans la première partie (et dans le reste de son introduction).

Il dit aussi, page 10, [...] *et nous montrerons qu'à l'ancienne philosophie du **comme si** succède, en philosophie scientifique, la philosophie du **pourquoi pas**.* C'est l'auteur qui souligne. C'est en complète contradiction avec le pluralisme théorique de Poincaré; on comprend bien alors pourquoi Bachelard attaque si fortement Poincaré.

Evidemment je donne raison à Poincaré, en prenant un exemple : La relativité générale, présentée par Einstein, est une théorie métrique et dans ce cadre la matière-énergie "courbe l'espace-temps" et les trajectoires sont les géodésiques d'un espace-temps courbe. Cette théorie car métrique relève d'un principe de moindre action; donc par le passage au lagrangien nous avons une deuxième modélisation mathématiquement équivalente à la première et dans ce cadre la matière-énergie "déforme les trajectoires" d'un espace-temps plat (c'est la modélisation que j'appelle de Newton-Euler-Lagrange. Alors si il y a un réalisme mathématique pur et dur on a à la fois la matière-énergie déforme l'espace-temps plat et ne déforme pas cet espace. On doit dire que dans la modélisation métrique tout se passe **comme si** la matière-énergie "courbe l'espace-temps" et dans la modélisation lagrangienne tout se passe **comme si** la matière-énergie "courbe les trajectoires".

L'oubli de l'inévitable pluralisme théorique constitue la grave erreur épistémologique que Bachelard introduit dès la formulation de sa problématique.

Cette erreur a des conséquences encore aujourd'hui. En effet au nom de ce réalisme mathématique, toutes les propriétés mathématiques d'une modélisation doivent être explorées en vue de la conception de nouvelles expériences; et plus grave toute extension du modèle par affaiblissement ou généralisation de l'axiomatique doit être soumise à la raison

expérimentatrice. C'est ainsi que pour la relativité générale il a été affaibli un des axiomes (la relativité restreinte est valable pour tout corps en chute libre) et étendu un autre en prenant des variétés singulières ; ceci mène à la théorie complètement folle des trous noirs, au grand dam d'Einstein qui s'y est toujours opposé. On peut penser aussi au boson de Higgs qui, au dire de matheux, n'est qu'un fantôme de la théorie. En bref toute propriété mathématique n'a pas forcément un sens physique. Un rôle important du physicien est de repérer celles qui pourraient éventuellement avoir une interprétation physique.

Une autre conséquence grave de ce réalisme mathématique à la Bachelard, est de laisser croire que pour tout domaine phénoménale il existe LE bon modèle mathématique qui fournira LA bonne modélisation cherchée. Cette mentalité sévit aujourd'hui chez les astrophysiciens (mais pas chez les astronomes) qui stigmatisent les chercheurs qui ne pensent pas comme eux. Des "Galilée", il y en a plein aujourd'hui, mais à la différence de l'histoire, c'est une caste scientifique qui les condamne.

Je terminerai cependant en disant qu'il y a chez Bachelard énormément de bonnes choses et on peut le relire avec fruit en tenant compte de l'apport incontournable de Poincaré : il n'y a jamais unicité de modélisation.

5 Pense-bête et ... divertissements

pense-bête : les inégalités d'Heisenberg p.126. Il y a des tas de choses à dire.

Il y a l'oubli de citer Poincaré sur le problème des conditions initiales (le chaos des trois corps) ; il ne cite que Cartan.

Le rôle de l'axiomatique est peu signalé et étudié et pourtant c'est une racine du pluralisme (un exemple en a été donné par Kant en 1786), mais on ne peut pas en vouloir à Bachelard car les résultats de Tarski et Gödel sont postérieurs.

19 est un drôle de nombre

19 est premier, bien sûr, mais surtout c'est le carré d'autres entiers et aussi une racine carrée de 1 ! Si, si c'est juste quand on calcule modulo 30.

Pourquoi $n=30$ est le plus petit entier n tel qu'il existe k vérifiant

k est premier,

k est racine carrée de 1 modulo n ,

k est un carré modulo n .

Mystère.

Pourquoi les représentations unitaires irréductibles du groupe de Poincaré définissent les espaces des états des particules quantiques (classifiées par masse et spin) ?
Mystère.

Je termine ainsi par l'énoncé de deux problèmes mathématiques différents, l'un ne pouvant en aucun cas intéresser le physicien, le deuxième éventuellement car comprendre cette question c'est avancer énormément vers "l'unification de la relativité et de la mécanique

quantique”. Ces casses têtes difficiles m’intéressent (ce sont deux aspects des maths pour lesquels je me passionne et qui illustrent deux mystères : le mystère des nombres et le mystère des rapports entre maths et physique).