

DISCOURS PRONONCE A L'OCCASION DU DOCTORAT HONORIS CAUSA
DE L'UNIVERSITE DE LIMOGES

A MONSIEUR LE PROFESSEUR PAUL ERDÖS

le 22 avril 1986

par Jean-Louis NICOLAS

Je voudrais d'abord remercier l'Université de Limoges et le Ministère français de l'Éducation Nationale d'avoir décerné ce titre de Docteur Honoris Causa à M. le Professeur P. ERDÖS.

C'est le premier doctorat honoris causa à Limoges et je trouve significatif qu'il soit attribué dans une discipline qui n'est pas l'un des trois pôles privilégiés de notre Université. Je crois que cela montre, s'il en était besoin, qu'une université ne doit en aucun cas se réduire à un trop petit nombre d'équipes de recherche, et qu'elle doit être aussi universelle que possible.

J'apprécie également que la remise de ce doctorat se déroule dans cet amphithéâtre 3 où j'enseigne chaque semaine les mathématiques aux étudiants de 1ère année. Cela souligne le lien entre l'enseignement et la recherche, qui est une des raisons d'être de l'Université. Les étudiants des licence et maîtrise de mathématiques qui participent aujourd'hui à cette cérémonie montrent la continuité de ce lien.

Je dois excuser M. Michel THERA, secrétaire du département de mathématiques et S. DOLECKI, responsable de l'équipe Analyse non linéaire et optimisation ainsi que plusieurs membres de cette équipe, qui participent cette semaine à un congrès en Allemagne et regrettent de ne pas être parmi nous aujourd'hui.

Paul ERDÖS est né en 1913. C'est une de vos plaisanteries favorites de parler de votre grand âge, mais bien des personnes plus jeunes voudraient avoir le 1/10e de votre activité.

Les parents de Paul ERDÖS étaient tous

les deux mathématiciens, professeurs de lycée. Vous avez été très vite intéressé par les mathématiques. A quatre ans, vous teniez le raisonnement suivant : si l'on enlève 250 de 100, on obtient 150 en-dessous de zéro, c'est-à-dire que vous redécouvriez les nombres négatifs. Votre premier article a paru en 1932, vous aviez 19 ans. Après un séjour en Angleterre, vous obtenez un Ph.D. à Budapest en 1934 et un autre en 1939 à Manchester.

Vous êtes Docteur Honoris Causa de MADISON (Wisconsin U.S.A.), HANOVRE (Allemagne), YORK (Angleterre), HAÏFA (Israël), WATERLOO (Ontario, Canada), LONDON (Ontario, Canada).

Il n'y a pas de prix Nobel en mathématiques, mais vous avez obtenu il y a deux ans le prix Wolf d'un montant de 50 000 \$ dont le niveau est certainement équivalent au prix Nobel. (cf. (1))

De nombreux journaux scientifiques ou non vous ont consacré des articles. En 1983, un ami qui était en Californie, m'a envoyé une copie du *Los Angeles Time* où en 1ère page figurait un article intitulé *Le Mathématicien Paul ERDÖS : Dans le monde des nombres c'est le n° 1*. (cf. (2))

Vous avez écrit plus de 1000 articles ce qui est le record absolu en mathématiques : soit seul, soit avec plus de 250 co-auteurs. Ce souci du travail en collaboration a suscité la définition d'un nouveau nombre, le nombre d'Erdős. Deux personnes sont liées si elles ont écrit un article en commun. Le nombre d'Erdős d'un auteur est la longueur minimale d'une chaîne reliant cet auteur à Paul ERDÖS.

Nous avons des articles en commun, mon nombre d'Erdős est donc égal à 1. Guy ROBIN, professeur de mathématiques à Limoges, qui a un article en commun avec moi, mais qui n'en a pas avec vous, a un nombre d'Erdős égal à 2, Paul FACQ, professeur d'optique à Limoges, qui a un article en commun avec G. ROBIN sera heureux d'apprendre que son nombre d'Erdős est égal à 3, et peut-être pourra-t-il prolonger la chaîne ...

Un de vos articles le plus intéressant est la démonstration élémentaire du théorème des nombres premiers. Un nombre est premier s'il ne peut pas s'écrire comme produit de deux nombres plus petits. 12 qui est 4 fois 3 n'est pas premier, mais 7 ou 11 par exemple sont premiers. On sait depuis Euclide qu'il y a une infinité de nombres premiers. Mais combien y a-t-il de nombres premiers $\leq x$? Hadamard et de la Vallée Poussin ont démontré à la fin du siècle dernier que ce nombre était équivalent à $\frac{x}{\log x}$. Leur démonstration utilisait les nombres complexes, et des intégrales portant sur les nombres complexes. Au début du 20e siècle, beaucoup de mathématiciens se sont efforcés de démontrer ce théorème élémentaire par des techniques élémentaires. Avec Selberg, vous avez réussi cet exploit.

Un autre résultat remarquable est le théorème de Erdős-Kac. (cf. (3)) En 1939, le probabiliste Marc KAC, dans une conférence à Princeton, déclarait qu'il savait démontrer que le nombre de diviseurs premiers d'un nombre au hasard satisfaisait une loi probabiliste de Gauss, la fameuse courbe en cloche, sous réserve d'une conjecture portant sur la théorie des nombres. Paul ERDÖS assistait à la conférence, et à la fin de celle-ci, avait démontré cette conjecture. Ainsi naissait la théorie probabiliste des nombres qui est devenue une partie importante des mathématiques. Michel BALAZARD, jeune assistant à Limoges, termine une thèse en théorie probabiliste des nombres.

Vous avez beaucoup contribué également à la théorie des graphes, et aux mathématiques discrètes. Un graphe est un ensemble de

points que l'on relie ou pas par des chemins. Nous avons déjà vu le graphe des auteurs d'articles où deux auteurs sont reliés s'ils ont un article en commun. La théorie des graphes est extrêmement utile en informatique. Vous avez également travaillé en théorie des ensembles et en théorie de l'approximation.

Notre premier contact date de 1967. J'avais obtenu quelques résultats sur une certaine fonction $g(n)$. André SCHINZEL, professeur à l'Académie des Sciences de Varsovie, et qui allait aussi devenir un habitué de l'Université de Limoges, me dit lors d'un passage à Paris qu'il rencontrait Paul ERDÖS en Angleterre, et qu'il pouvait lui donner une copie de mon travail. Je reçus alors une lettre encourageante que j'ai soigneusement conservée et qui marqua le début de notre collaboration.

J'ai passé deux ans au Canada à l'Université de Sherbrooke comme coopérant militaire et c'est là que je vous ai rencontré pour la première fois en septembre 1968, à Montréal. C'est la seule fois que j'ai rencontré votre mère qui voyageait avec vous autour du monde, et classait vos nombreux tirés à part.

Nous nous sommes revus régulièrement depuis, et à partir d'octobre 1973, où j'ai été nommé professeur à Limoges, vous êtes venus très fidèlement chaque année passer quelques jours ou quelques semaines dans notre Université. Nous avons cinq articles en commun et un sixième en chantier.

Vos méthodes de travail sont assez insolites. Vous voyagez énormément, en Europe, en Amérique du nord, en Australie principalement et aussi en Israël, en Inde et au Japon, restant rarement plus d'une semaine au même endroit. Comme seuls bagages une valise contenant quelques habits, un petit porte-documents contenant essentiellement un carnet d'adresses, un cahier de papier blanc pour pouvoir travailler à tout moment, et une mémoire extraordinaire.

Dans chaque université que vous visitez, la bibliothèque est votre endroit favori, et vous êtes capable d'y retrouver rapidement la référence que vous avez en tête. Je me

souviens en particulier vous avoir accompagné à la bibliothèque de mathématiques de notre département un dimanche soir de Pentecôte à 11 heures, après une excursion.

C'est l'occasion pour moi de remercier l'Université de Limoges, le Ministère de l'Éducation Nationale et la région du Limousin pour les subventions accordées à notre bibliothèque et qui lui permettent de se maintenir à un niveau que vous estimez bon, et qui vous incite en partie à venir nous rendre visite.

Vous avez une agilité d'esprit exceptionnelle. Tel un ordinateur travaillant en multiprocessant, vous êtes capable d'interrompre une conversation pour répondre au téléphone, et la reprendre après au même endroit, en général à la surprise de votre interlocuteur, qui, lui, a changé de sujet.

Vous écrivez de nombreuses lettres, 1500 par an, et vous répondez très fidèlement à celles que l'on vous écrit. Vous téléphonez beaucoup, et quand vous arrivez dans une ville vous appelez vos correspondants habituels qui résident dans un rayon de 1000 km. C'est ainsi que vous m'appelez de temps en temps d'Angleterre ou d'Allemagne, et que, lors de vos séjours à Limoges vous téléphonez à vos amis français.

Vous posez de nombreux problèmes dont l'énoncé est en général assez simple, mais dont la solution peut être très compliquée. Vous avez écrit plusieurs listes de ces problèmes. Un de ces problèmes est le suivant : trouver une famille de nombres entiers aussi grande que possible telle que la somme de deux de ces nombres ne soit jamais un carré. Ainsi 2 et 7 ne peuvent pas cohabiter dans une telle famille puisque $7 + 2 = 9 =$ carré de 3. Si l'on prend tous les nombres qui se terminent par 1, cela marche, car la somme de deux tels nombres se termine par 2, et un carré ne peut en aucun cas se terminer par 2.

Une idée était d'utiliser ces fameuses bases de numération que l'on enseigne à l'école primaire et de prendre tous les nombres qui se

terminent par 1 en base 3, cela donnait une proportion de $1/3$. Par une étude systématique sur ordinateur, J.P. MASSIAS obtenait 11 terminaisons possibles de nombres dans la base 32 qui convenaient, et la proportion de $\frac{11}{32}$ est un peu plus grande que $1/3$. Vous étiez ici pendant ce calcul, vous partiez ensuite au *Bell laboratory* à côté de New York, où vous transmettiez cette information qui permettait à A. ODLYZKO de montrer que le contre-exemple de MASSIAS était le meilleur possible. (cf. (4))

Vous êtes ainsi un voyageur de commerce en mathématiques à l'échelle mondiale.

Une autre de vos habitudes est d'offrir des prix allant de 25 à 10 000 dollars pour la solution de problèmes, le montant du prix dépendant de la difficulté présumée du problème. Étant donné un nombre n , on dit que d est un diviseur de n , si la division de n par d tombe juste. Ainsi 14 est un diviseur de 42. Vous avez proposé 200 \$ pour montrer que presque tous les nombres n ont deux diviseurs d_1 et d_2 distincts et vérifiant $d_1 < d_2 < 2d_1$.

Ce problème a été résolu récemment par H. MAIER, un mathématicien allemand présentement aux U.S.A., et G. TENENBAUM, chercheur C.N.R.S. à Nancy, qui ont reçu chacun 100 \$. (cf. (5))

G. TENENBAUM est un habitué de notre département de mathématiques, un de vos amis et collaborateurs, et il a tenu à venir aujourd'hui assister à cette cérémonie.

On vous a souvent demandé : auriez-vous assez d'argent si toutes vos conjectures étaient résolues en même temps. Vous répondez évidemment non. Mais que se passerait-il si tous les clients d'une banque retiraient leur argent le même jour. Elle ferait faillite, et cet événement-ci est bien plus probable que celui-là.

A quoi cela sert-il de démontrer des théorèmes sur les nombres premiers, ou les diviseurs? Une des propriétés remarquables des mathématiques est qu'en résolvant des problèmes attrayants, on sache en tirer par la suite des applications. Les mathématiciens

grecs ont découvert les propriétés de l'éclipse sans savoir que NEWTON démontrerait plus tard que les planètes décrivent de telles courbes autour du soleil, et que les satellites en décriraient autour de la terre. De même, on a découvert récemment que les nombres premiers permettaient de chiffrer des messages de façon très sûre, et les méthodes modernes de cryptographie sont basées sur la théorie des nombres.

Le département de mathématiques de Limoges s'est lancé dans cette nouvelle direction, avec l'assistance de plusieurs collègues extérieurs, notamment Carl POMERANCE de l'Université de Géorgie aux U.S.A., qui nous a rendu plusieurs fois visite.

Nous avons mis en place un D.E.A. de cryptographie et optimisation unique en France, nous avons des contacts avec les différents services qui traitent du chiffrement, les télécommunications, et les banques qui vont utiliser ces techniques dans les fameuses cartes à mémoire. Discrètement, comme il convient sur un tel sujet, mais sûrement, les mathématiciens de Limoges occupent une place de choix dans ce domaine.

Vous êtes un homme curieux de tout, et en particulier d'histoire de France, posant dans ce domaine aussi des questions dont la réponse n'est pas évidente. Par exemple, combien y eut-il de victimes à la bataille de Poitiers en 732? Vous avez lu étant jeune Anatole France. Vous avez un vocabulaire particulier de quelques mots : enfants se traduit par ϵ , alcool par poison, homme par esclave, femme par maître, l'Amérique par Sam (l'oncle Sam), l'U.R.S.S. par Joe (Joseph Staline).

Vous êtes aussi intéressé à la politique et je me souviens que lorsque je vous ai demandé ce que vous pensiez du nouveau Président de la République, F. MITTERAND, vous m'avez écrit : *celui qui n'aime ni Sam, ni Joe, ne peut pas être un mauvais homme.*

En 1973, à l'occasion de votre 60e anniversaire, l'Académie des Sciences de Budapest organisait un colloque. Le gouvernement hongrois refusa le visa d'entrée à plu-

sieurs mathématiciens, notamment d'Israël. Pour protester contre cette mesure, vous avez décidé de ne pas remettre les pieds en Hongrie pendant cinq ans, et vous avez tenu parole.

Vous êtes pour la libre circulation des hommes et des idées et l'obtention d'un visa vous a toujours posé quelques problèmes, en particulier, de délai.

Ce voyage-ci n'a pas été une exception, et M. le Recteur de Limoges a dû télégraphier la semaine dernière à l'Ambassade de France à Budapest pour accélérer l'obtention de votre visa.

En 1976, vous arriviez du Canada pour un colloque à Orsay et vous deviez retourner aussitôt après au Canada. Il vous fallait donc un nouveau visa. Je vous accompagnai à l'Ambassade du Canada à Paris. Dans la salle d'attente vous avez résolu une question sur laquelle je séchai depuis longtemps, puis au fonctionnaire étonné de vous voir retourner si vite au Canada, vous avez déclaré : *si j'étais un violoncelliste, cela ne vous étonnerait pas. Un mathématicien est comme un musicien.*

Votre première visite à Limoges eut lieu en octobre 1973. Vous étiez arrivé d'Allemagne à Strasbourg dans la voiture d'un collègue strasbourgeois qui avait passé la frontière sans s'arrêter comme il est courant à l'intérieur du Marché Commun. Vous êtes donc arrivé à Limoges, muni d'un visa d'entrée en France, mais non tamponné, et vous souhaitiez régulariser la situation.

Je venais moi-même d'être nommé à Limoges et n'avais pas encore beaucoup d'expériences administratives. Je vous conduisis à la Préfecture, au service des passeports. L'employé devant votre passeport consulaire (qui est la 1ère classe des passeports) de citoyen hongrois, avec une adresse permanente à Haïfa en Israël, et ceci alors que la guerre de Kippour venait de se déclarer, nous invita à aller dans un autre bureau où l'on me demanda si j'avais déjà été dans les pays de l'Est. L'affaire s'arrangea finalement, mais j'aimerais savoir, s'il y a prescription, quels

compte-rendus ont écrit les différentes personnes rencontrées.

Il est un test, assez différent des examens et concours académiques, mais cependant très difficile, que passent les personnes que j'invite à Limoges, et qui est le test du repas familial. Le lendemain les critiques fusent, et ceux qui enseignent dans les écoles et les lycées savent, ô combien, que cet âge est sans pitié. Je dois reconnaître que vous avez fort bien passé ce

test et que mes enfants ont su reconnaître en vous un personnage extraordinaire et attachant.

J'ai pu constater en de multiples occasions que la longue chaîne de vos collaborateurs du monde entier est également une chaîne d'amitié, qui dépasse les frontières, et de cela je suis heureux de vous rendre hommage aussi aujourd'hui.

- (1) L. GARDING and L. HÖRMANDER, *Why is there no Nobel Prize in Mathematics?* The mathematical Intelligencer t. 7, n° 3, 1985, 73-74.
- (2) *Los Angeles Time*, 26 mars 1983.
Mathematical People, Profiles and interviews, edited by Albers and Alexanderson, Birkhäuser 1985.
Science, october 84, 40-47.
- (3) P.D.T.A. ELLIOTT, *Probabilistic number theory*, vol. 2, Springer-Verlag, 1980, 24.
- (4) J.C. LAGARIAS, A.M. ODLYZKO, J.B. SHEARER, *Journal of Combinatorial theory*, t. 33, 1982, 167-185.
- (5) *Inventiones Mathematica*, t. 76, 1984, 121-128.

Jean-Louis NICOLAS
Département de Mathématiques
Université de Limoges
123, avenue Albert Thomas
87060 LIMOGES Cédex