

TD Maths II n° 5

Calcul d'intégrales par la méthode des résidus (suite)

1) Trouver un contour permettant de calculer (et calculer !)

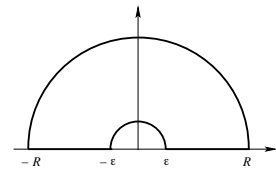
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x}{(x^2 + 1)(x - \pi)} dx.$$

2) Soit H la fonction de Heaviside : $H(t) = 1$ si $t > 0$ et $H(t) = 0$ si $t < 0$. Montrer que

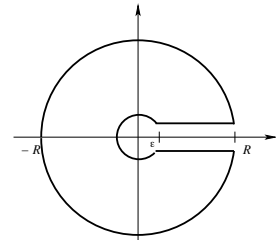
$$H(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\sin(\omega t)}{\omega} d\omega.$$

3) Intégrales avec des logarithmes.

• Calculer $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{(1+x^2)^2} dx$ à l'aide du contour ci-contre.



• Calculer $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{(1+x^3)} dx$ à l'aide du contour ci-contre.



Calculer aussi

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{(1+x)^2 \sqrt{x}} dx.$$

4) Soit $a \in]-1, 1[$. Calculer à l'aide d'un contour rectangulaire

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{ch} ax}{\operatorname{ch} x} dx.$$