

**TP Agrégation. Option Calcul Scientifique**  
**Introduction à Matlab**

## 1 Calcul Matriciel

### a) Utilisation de la "boite noire"

Soit la matrice symétrique  $A$  définie par

$$A = \begin{pmatrix} 1.4025 & 0.5975 & -1.3404 & 1.0921 \\ * & 0.538 & 1.2141 & -0.774 \\ * & * & 0.0096 & 2.907 \\ * & * & * & 0.0499 \end{pmatrix}.$$

- i) Calculer  $\det(A)$ ,  $\text{tr}(A)$ ,  $A^{-1}$
- ii) Calculer le polynôme caractéristique de  $A$ , chercher ses racines.
- iii) Rechercher les valeurs propres et les vecteurs propres de  $A$ . Vérifier sur un de ces vecteurs qu'il est bien vecteur propre.
- iv) Calculer le conditionnement de  $A$  et calculer sa décomposition  $LU$ .
- v) Soit  $x = (1 \ 1 \ 1 \ 0)^t$ . Calculer sa norme 1, sa norme 2 et sa norme  $\infty$ .

### b) Méthode de la puissance

- i) Programmer la méthode de la puissance.
- ii) L'appliquer à la matrice  $A$  définie précédemment. On utilisera successivement les vecteurs initiaux:  $x_0 = (1 \ 0 \ 0 \ 0)^t$ ,  $x_0 = (1 \ 1 \ 0 \ 0)^t$ ,  $x_0 = (1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$ .
- iii) Illustrer graphiquement la convergence de la méthode.

## 2 Calcul fonctionnel

### a) Définition et tracé de fonctions

- i) Construire  $f$  et tracer le graphe de  $f$  pour:
  - $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , fonction en escalier,
  - $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , continue, non  $C^1$ , affine par morceaux,
  - $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , régulière,
  - $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , régulière, périodique (les valeurs de  $f$  et de ses dérivées sont identiques aux extrémités).
- ii) Tracer sur un même graphique, le graphe des fonctions  $P_k : x \mapsto x^k$  pour  $k = 0..3$ .

## **b) Méthode des trapèzes**

i) Programmer la méthode des trapèzes pour calculer l'intégrale d'une fonction définie sur  $[0, 1]$ .

ii) Mettre en évidence l'ordre de la méthode.

iii) Etudier sur un exemple la convergence de la méthode et trouver la vitesse de convergence.