

Math IV : Analyse

Page-web du cours : <http://math.univ-lyon1.fr/okra/MathIV-Analyse-2009/>
responsable de UE : Olga Kravchenko, bât Braconnier, 102 bis, 04 72 43 27 89,
okra@math.univ-lyon1.fr

Programme du cours : fevrier-mai 2009

- Cours 1** *Chapitre I.* Topologie d'un espace vectoriel réel
1. Espaces métriques, définition de la distance
 2. Boules ouvertes, fermés. Spheres. Parties bornées
 3. Ouvertes et fermés. Points intérieurs, adhérents, frontière. Interieur et adhérence d'une partie. Voisinage
 4. Normes des espaces vectoriels. Equivalence des normes
- Cours 2** *Chapitre II.* Fonctions de plusieurs variables. Continuité. Connexité
1. Fonctions de plusieurs variables. Graphes. Lignes de niveau.
 2. Notion de limite
 3. Fonction continue
 4. Coordonnées polaires
 5. Propriétés des fonctions continues sur un compact.
 6. Connexe par arc. Théorème des valeurs intermediares
- Cours 3** *Chapitre III.* Calcul Differentiel
1. Dérivées. Matrice jacobienne. Gradient
 2. Dérivées partielles d'ordre supérieur. Théorème de Schwarz
 3. Fonctions de classe C^1 et C^2
 4. Formule de Taylor à l'ordre 2
- Cours 4** *Chapitre IV.* Propriétés géométriques
1. Dérivées directionnelles (Formule $D_v f = v \cdot \overrightarrow{\text{grad}} f = v_x \partial f / \partial x + v_y \partial f / \partial y$)
 2. Gradient :
 - a. perpendiculaire à la ligne de niveau
 - b. indique la ligne de plus grande pente
 3. Vecteur normal et plan tangent à un graphe d'une fonction de 2 variables
- Cours 5** *Chapitre V.* Extrema
1. Définition : extrema locaux et globaux
 2. Théorème sur l'existence de max et min absolu sur un compact
 3. Points critiques. Extrema de fonctions de 2 variables - critère par le déterminant de matrice Hessienne $RT - S^2$, où $R = d^2 f / dx^2, T = d^2 f / dy^2, S = d^2 f / dx dy$
 4. Extrema liés
 5. Extrema de fonction de 3 variables - la formule de Taylor à l'ordre 2 - formes quadratiques
- Cours 6** *Chapitre VI.* Intégrales multiples.
1. Définition. Intégrabilité des fonctions continues
 2. Aire d'une partie quarrable. Théorème de Fubini

3. Changement de variables dans une intégrale double. Matrice jacobienne
4. Volume. Intégrales triples. Coordonnées cylindriques, sphériques...

Cours 7 *Chapitre VII.* Champs de vecteurs

1. Définition. Produit scalaire, produit vectoriel
2. Operateur Nabla
3. Divergence
4. Rotationnel
5. Théorème de Poincaré sur R^2 et R^3 , sur un domain simplement connexe
6. Laplacien

Cours 8 *Chapitre VIII.* Courbes

1. Courbes de \mathbb{R}^2
2. Théorème des fonctions implicites pour les courbes de \mathbb{R}^2
3. Droite tangente, plan normale à une courbe paramétrée de \mathbb{R}^3
4. Longueur d'une courbe. Abscisse curviligne

Cours 9 *Chapitre IX.* Formes différentielles

1. Définition
2. Forme différentielle de degré un, changement de variable.
3. Formes fermées, formes exactes
4. Applications

Cours 10 *Chapitre X.* Intégrale curviligne

1. Intégrale curviligne d'une fonction
2. Intégrale curviligne d'un champ de vecteurs
3. Théorème de Poincaré et l'intégrale curviligne

Cours 11 *Chapitre XI.* Intégration des formes différentielles

1. Théorème de Green-Riemann
2. Applications (calcul d'aire ...)
3. Surfaces. Intégrale de surface
4. Théorèmes de Stokes : $\int_{\partial D} \omega = \int_D d\omega$