

# Corrigé du TP 2 Matlab

```
%%%%% exercice 1 : dessin d'une bouteille de Klein
```

```
clear all
n=40;
p=40;
u=linspace(0,2*pi,n);
v=linspace(0,pi,p);
% bas de la bouteille :
X=cos(u')*(2.5+1.5*cos(v));
Y=sin(u')*(2.5+1.5*cos(v));
Z=-2.5*ones(n,1)*sin(v);
surf(X,Y,Z)
hold on
% milieu :
X=cos(u')*(2.5+1.5*cos(v));
Y=sin(u')*(2.5+1.5*cos(v));
Z=3*ones(n,1)*v;
surf(X,Y,Z)
hold on
% haut :
X=2+(2+cos(u'))*cos(v);
Y=sin(u')*ones(1,n);
Z=3*pi+(2+cos(u'))*sin(v);
surf(X,Y,Z)
hold on
% anse :
X=2-2*ones(n,1)*cos(v)+sin(u')*ones(1,n);
Y=cos(u')*ones(1,n);
Z=3*ones(n,1)*v;
surf(X,Y,Z)
axis equal
```

```
%%%%% exercice 2 : automate des tas de sable
```

```
clear all
n=input('taille du plateau ? ');
T=6*ones(n);
cmap=[0,0,0;.2,.2,.2;.4,.4,.4;.6,.6,.6]; % gamme de gris
for i=5:10
    cmap(i,:)= [1,1,0]; % jaune
end
colormap(cmap);
dessine(T)
while max(max(T))>3 % tant qu'il y a des cellules instables
    T=generation(T);
    dessine(T)
end
```

```

function dessine(T)
% trace l'automate
image(T+1);
axis equal
axis off
drawnow

function T=generation(T)
% calcule un pas d'évolution
n=size(T,1);
U=T;
for i=1:n
    for j=1:n
        if U(i,j)>3 % éboulement
            T(i,j)=T(i,j)-4;
            for i1=i-1:2:i+1
                for j1=j-1:2:j+1
                    if i1>=1 & i1<=n & j1>=1 & j1<=n
                        T(i1,j1)=T(i1,j1)+1;
                    end
                end
            end
        end
    end
end
end

%%%%% exercice 3 : jeu de Sim

clear all
A=zeros(6);
affiche(A);
joueur=1;
fin=false;
while ~fin
    [i,j]=joue(A,joueur);
    A(i,j)=joueur;
    A(j,i)=joueur;
    affiche(A);
    fin=test(A,i,j);
    joueur=3-joueur;
end
text(-1,-1.5,['Vainqueur : joueur ', num2str(joueur)],'fontsize',18);

function affiche(A)
% affiche le jeu
clf
for i=1:6
    theta=pi/2-(i-1)*pi/3;
    x(i)=cos(theta);
    y(i)=sin(theta);
end
e=0.1;
for i=1:6
    rectangle('position',[x(i)-e/2,y(i)-e/2,e,e],'curvature',[1,1],...
        'facecolor','g');
end

```

```

    text(1.25*x(i), 1.25*y(i),num2str(i),'fontsize',24,'color','k');
end
for i=1:5
    for j=i+1:6
        if A(i,j)==1
            line([x(i),x(j)], [y(i),y(j)], 'color','b','linewidth',4);
        elseif A(i,j)==2
            line([x(i),x(j)], [y(i),y(j)], 'color','r','linewidth',4);
        end
    end
end
axis([-1.5, 1.5, -1.5,1.5])
axis equal
axis off

```

```

function [i,j]=clics_sommets()
% prend deux clics de la souris et renvoie les numéros des sommets
v=ginput(2);
num=zeros(2,1);
for k=1:2
    for i=1:6
        theta=pi/2-(i-1)*pi/3;
        x(i)=cos(theta);
        y(i)=sin(theta);
        d=sqrt((x(i)-v(k,1))^2+(y(i)-v(k,2))^2);
        if d<0.1
            num(k)=i;
        end
    end
end
end
i=num(1);
j=num(2);

```

```

function [i,j]=joue(A,joueur)
% saisit un coup du joueur
affiche(A);
text(-1,-1.5, 'Cliquez sur 2 sommets','fontsize',18);
bon=0;
while bon==0
    [i,j]=clics_sommets;
    if i>0 & j>0 & i~=j
        if A(i,j)==0
            bon=1;
        else
            affiche(A);
            text(-1,-1.5, 'Non : recommencez','fontsize',18);
        end
    end
end
end

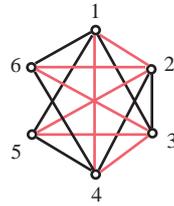
```

```

function ok=test(A,i,j)
% teste la fin de partie
ok=false;
for k=1:6
    ok=ok | (A(i,j)==A(i,k) & A(i,j)==A(j,k));
end
end

```

2. Il y a  $\binom{6}{2} = 15$  segments, donc au plus 15 coups. Une partie peut durer 15 coups, comme le montre le graphe suivant, où après 14 coups personne n'a gagné :



Pour voir qu'il n'y a pas de partie nulle, il suffit de prouver que tout graphe complet possède au moins un triangle unicolore. Soit un tel graphe et  $i$  l'un des sommets. Comme le graphe est complet, il y a 5 segments partant de  $i$  et donc au moins trois segments de la même couleur, disons noir :  $(i, j)$ ,  $(i, k)$ ,  $(i, \ell)$ . Si l'un des segments  $(j, k)$ ,  $(k, \ell)$ ,  $(j, \ell)$  est noir, il forme avec  $i$  un triangle unicolore. Dans le cas contraire, le triangle  $(j, k, \ell)$  est rouge, C.Q.F.D.

3. Le jeu de Sim est un jeu fini, à deux joueurs et sans partie nulle : il y a donc une stratégie gagnante pour l'un des deux joueurs (*théorème de Von Neumann*).