G.I.M. 1ère ANNÉE S.1 2014-2015

T.D. de Mathématiques n° 3

Révisions sur les fonctions

I. Calculer les limites suivantes lorsqu'elles existent :

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{3x+1}}{x^2-x-6} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{\ln(x+1)^2}$$

$$\lim_{|x|\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+x+1}+x+3\right) \qquad \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x}-\ln x\right)$$

$$\lim_{x\to 1} (1-x)\tan\frac{\pi x}{2} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sqrt{1-\cos x}}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x-\sin x}{x-\frac{\pi}{4}} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{(1-\cos x)^2\sin 2x}{\tan^5 3x}$$

II. Etudier les fonctions f_i définies par :

$$f_1(x)=\sqrt{|x^2+4x-5|} \qquad f_2(x)=\frac{x^3-4x+5}{x+2}$$

$$f_3(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)^x \qquad f_4(x)=E(x)+\frac{1}{x-E(x)}$$

III. Etudier la fonction f définie par : $f(x)=x+\cos x$.
Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} puis tracer la courbe représentative de f^{-1}.

IV. a et b étant deux réels positifs, montrer que :

$$(a^2+a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}+(b^2+a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{2}}=(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$$

V. Calculer les dérivées des fonctions f_k suivantes :

$$f_1(x)=\sin\left(\frac{1}{1-2x}\right) \qquad f_2(x)=\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}} \qquad f_3(x)=e^{\frac{x^2}{x-1}}$$