G.I.M. 1ère ANNÉE S.1 2014-2015

T.D. de Mathématiques n° 4

Fonctions réciproques des fonctions circulaires.

I. Calculs.

1) Calculer :

$$\text{Arctan}\left(\tan\left(-\frac{21}{4}\pi\right)\right) \qquad \text{Arcsin}\left(\sin\frac{132\pi}{7}\right) \qquad \text{Arccos}\left(\cos\frac{2014\pi}{11}\right)$$

2) Comparer : $\text{Arctan}\,\dfrac{7}{11}$ et $\text{Arctan}\,\dfrac{1}{3} + \text{Arctan}\,\dfrac{1}{4}$

II. Simplifier les expressions f_i suivantes :

1) $f_1(x) = \text{Arccos}\,\dfrac{1-x}{1+x}$ en utilisant un changement de variable.

2) $f_2(x) = \text{Arctan}\,\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x} + \text{Arcsin}\,x$ en calculant $f_2'(x)$.

III.

1) Etablir que : $\text{Arctan}\,(1+x) - \text{Arctan}\,x = \text{Arctan}\,\dfrac{1}{1+x+x^2}$

2) Déterminer : $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(\text{Arctan}\,\frac{1}{3} + \text{Arctan}\,\frac{1}{7} + \cdots + \text{Arctan}\,\frac{1}{1+n+n^2}\right)$

IV. Résoudre l équation suivante :

$$\text{Arcsin}\,\frac{2x}{1+x^2} = \text{Arctan}\,x$$

V. Etudes de fonctions.

1) Etudier la fonction suivante :

$$f_1(x) = \text{Arctan}\,\frac{x}{2-x}$$

2) On considère les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \text{Arccos}\,x - \text{Arcsin}\,x$$
$$g(x) = \text{Arcsin}\,2x - \text{Arccos}\,2x$$

a) Etudier les deux fonctions f et g.

b) Déduire de ce qui précède que l'équation $f(x) = g(x)$ a une seule solution qui est positive.

c) Calculer la solution de l'équation $f(x) = g(x)$.