

T.D. de Mathématiques n° 7
Analyse combinatoire - Probabilités

I. Dorothée a le choix entre 4 confitures différentes pour étaler sur du pain, une biscotte et un toast.

Combien a-t-elle de possibilités, sachant qu'éventuellement elle peut mettre en plus de la confiture du beurre.

II. Un mille-pattes dispose de 21 paires de bottes identiques. Il les prend au hasard pour les enfiler sur chacune de ses 42 pattes sans tenir compte de la nature de la botte.

Combien a-t-il de manières différentes d'être chaussé ?

(Rappel : une paire de bottes est formée d'une botte droite et d'une botte gauche.)

III. Monsieur DUJARDIN voudrait donner son nom à une nouvelle variété de pomme. Pour des raisons commerciales, ce nom ne doit comporter que 4 lettres. On convient donc de former un nouveau nom en utilisant une partie des lettres de DUJARDIN.

- 1) Combien peut-on former de noms sans répétition de lettres ?
- 2) Combien peut-on former de noms différents ?
- 3) Combien peut-on former de noms dont les lettres sont dans le même ordre que dans le nom de DUJARDIN ?

IV. Si A, B et C sont 3 événements, montrer que :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$

V. Grand-père a trois bérets et une casquette. Quand il descend acheter sa baguette de pain, il saisit un couvre-chef au hasard. Sachant qu'il prend une fois sur trois une baguette moulée et que deux fois sur cinq il oublie de chausser ses souliers, calculer la probabilité de le voir remonter en charentaises, un béret sur la tête et une baguette non moulée sous le bras.

VI. Dans un jeu de tarot on isole 21 atouts numérotés de 1 à 21. On prend 3 atouts au hasard.

Calculer la probabilité d'avoir :

- 1) au moins un numéro multiple de 5.
- 2) un multiple de 5 et un multiple de 3 (exactement).
- 3) le 1 ou le 21.

VII. On forme des numéros de téléphone de 8 chiffres.

Tous les numéros étant équiprobables, calculer :

- 1) la probabilité pour que le numéro contienne deux 1, deux 7 et quatre 5.
- 2) la probabilité pour que le numéro ne soit formé qu'avec 2 chiffres distincts (et deux seulement).
- 3) la probabilité pour que le numéro comporte deux 6 et deux seulement.

VIII. Une perdrix se pose sur un fil téléphonique. Un chasseur en visant la perdrix peut l'atteindre avec une probabilité de $\frac{1}{2}$, alors que la probabilité de couper le fil est de $\frac{1}{5}$. La probabilité de réussir les deux est de $\frac{1}{10}$.

Un groupe de trois chasseurs tire sur la perdrix (sans atteindre un autre chasseur).

- 1) Calculer la probabilité de pouvoir encore téléphoner.
- 2) Calculer la probabilité de voir la perdrix s'envoler.
- 3) Calculer la probabilité d'avoir le fil indemne et la perdrix en bonne santé.
- 4) Justifier l'indépendance des événements "le fil est coupé" et "la perdrix est touchée".

IX. En Belgique on mange deux types de frites :

* les frites traditionnelles à section rectangulaire

* les frites new-look à section hexagonale.

Parmi les frites que consomment les Flamands 65% sont des frites traditionnelles alors que les Wallons en mangent 75% .

L'équipe de football de Belgique est composée de 7 Flamands et 4 Wallons. Un joueur est surpris à la mi-temps avec un cornet de frites hexagonales.

Calculer la probabilité pour que ce joueur soit flamand.

X. Une entreprise fabrique un même article dans trois usines A B et C. Chaque usine A, B et C fournit respectivement 50%, 30% et 20% de la production totale.

On a constaté que 4% des articles de la fabrication A sont défectueux et qu'il en est de même pour 3% de la fabrication B et 2% de celle de C.

- 1) Calculer la probabilité pour qu'un article pris au hasard dans la production totale soit défectueux.
- 2) Calculer la probabilité pour qu'un article pris au hasard dans la production totale provienne de l'usine A, sachant qu'il est défectueux.