Option 2 Probas-Stat **L1 de Mathématiques, parcours Math-Eco 2017/2018**

Feuille 3 : Conditionnement, indépendance

Exercice 1 Soit deux événements A et B, de probabilités $P(A) = 1/3$, $P(B) = 1/4$ avec $P(A \cup B) = 1/2$. Calculer $P(A|B)$ et $P(A \cap B^c | A \cup B^c)$.

Exercice 2 Soit A et B deux événements tels que $P(A) = 0.3$ et $P(A \cup B) = 0.5$. Trouver $P(B)$ quand :

1. A et B sont indépendants,
2. A et B sont incompatibles,
3. $P(A|B) = 0.1$,
4. $P(B|A) = 0.4$.

Exercice 3 On suppose que les enfants ont une chance sur deux d'être un garçon ou une fille. Un couple a trois enfants. Soit A l'événement “la famille a des enfants des deux sexes”, et B l'événement “la famille a au moins une fille”. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 4 Dans une usine, la machine A fabrique 60% des pièces, dont 2% sont défectueuses. La machine B fabrique 30% des pièces, dont 3% sont défectueuses. La machine C fabrique 10% des pièces, dont 4% sont défectueuses.

1. On tire une pièce au hasard dans la fabrication. Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?
2. On tire une pièce au hasard dans la fabrication. Elle est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle ait été fabriquée par la machine A ? par la machine B ? par la machine C ?

Exercice 5 Un nouveau vaccin a été testé sur 12500 personnes ; 75 d'entre elles, dont 35 femmes enceintes, ont eu des réactions secondaires nécessitant une hospitalisation. Parmi les 12500 personnes testées, 680 personnes sont des femmes enceintes.

1. Quelle est la probabilité, pour une femme enceinte, d'avoir une réaction secondaire si elle reçoit un vaccin ?
2. Quelle est la probabilité, pour une personne non enceinte, d'avoir une réaction secondaire ?

Exercice 6 Soient M_1, M_2, M_3 trois personnes. La première M_1 dispose d'une information codée sous forme + ou −. Elle la transmet à la deuxième personne M_2. Puis M_2 la transmet à M_3. Malheureusement, à chaque fois que l'information est transmise, il y a une probabilité p que l'information soit changée en son contraire.

1. En tenant compte du fait que deux changements rétablissent la vérité, quelle est la probabilité pour que M_3 ait le bon message ?
2. Et si M_3 transmet l'information dont il dispose à une quatrième personne M_4, quelle est la probabilité pour que M_4 ait la bonne information ?

Exercice 7 La probabilité qu'un objet fabriqué à la chaîne ait un défaut est de $0,01$. Trouver la probabilité que, dans un lot de 100 objets, il y ait au moins un objet défectueux.

Exercice 8 Soit $n \in \mathbb{N}^*$, et $(A_k)_{1\leq k\leq n}$ une famille d'événements tels que $P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) > 0$. Montrer que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdots P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1}).$$

Exercice 9 On jette deux dés non pipés, un noir et un blanc. Modéliser cette expérience aléatoire. On note A l'événement "le chiffre du dé noir est pair", B l'événement "le chiffre du dé blanc est pair", et C l'événement "les dés ont la même parité". Montrer que A et B, A et C, B et C sont indépendants. Peut-on en déduire que $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$?

Exercice 10 Dans une jardinerie : 25% des plantes ont moins d'un an, 60% ont de 1 à 2 ans, 25% ont des fleurs jaunes, 60% ont des fleurs roses, 15% ont des fleurs jaunes et moins d'un an, 3% ont plus de 2 ans et n'ont ni fleurs jaunes, ni fleurs roses. 15% de celles qui ont de 1 à 2 ans, ont des fleurs jaunes, 15% de celles qui ont de 1 à 2 ans, n'ont ni fleurs jaunes ni fleurs roses. On suppose que les fleurs ne peuvent pas être à la fois jaunes et roses. On choisit une plante au hasard dans cette jardinerie.

1. Quelle est la probabilité qu'elle ait moins d'un an et des fleurs roses ?
2. Quelle est la probabilité qu'elle ait des fleurs roses, sachant qu'elle a plus de 2 ans ?
3. Quelle est la probabilité qu'elle ait plus de deux ans et des fleurs jaunes ?