Année universitaire 2024-2025
Semestre 3

Licence Sciences pour la Santé

Niveau de licence :	**Deuxième année**
Titre de l'enseignement :	**Mathématiques pour la Santé**
Nom des responsables :	**L. Pujo-Menjouet**
Date de l'épreuve :	**Lundi 4 novembre 2024**
Durée de l'épreuve	**45 minutes**

Documents et cours autorisés
une feuille de notes manuscrites en format A4 : OUI ☒ NON ☐

Préambule :
Indiquez sur la copie vos **NOM et PRÉNOM**. La justification des réponses et un soin particulier apporté à la présentation sont demandés et seront pris en compte lors de la notation.

Le sujet comporte 2 exercices indépendants.

Exercice 1. *35 minutes - 6 points*
Les deux parties sont indépendantes.

1. **Partie 1**.
   On considère l'équation différentielle $x'(t) = f(x(t))$ avec $f(x) = (4-2x)(x+1)^2x^3$.
   (a) Déterminer en le justifiant : l'ordre de cette équation, si elle est autonome ou pas, si elle est linéaire ou pas.
   (b) Montrer que les équilibres de cette équation sont 0 et 2 et -1 .

(c) Déterminers'il s'agit des équilibres localement asymptotiquement stables, instables ou shunt (positifs ou négatifs).

(d) Dessiner le portrait de phase, puis quelques trajectoires représentatives des différents cas.

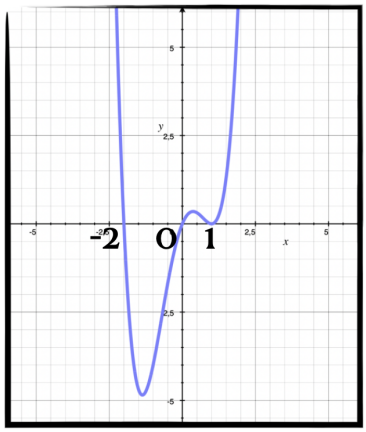
2. **Partie 2.**
On considère l'équation différentielles suivante

$$\sin(2t)x'(t) + 2\cos(2t)x(t) = t, \text{ avec } x(1) = 1.$$

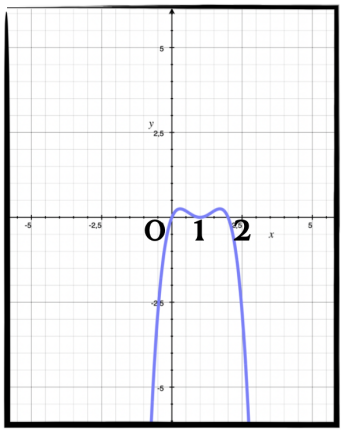
(a) Déterminer en le justifiant : l'ordre de cette équation, si elle est autonome ou pas, si elle est linéaire ou pas.

(b) Résoudre cette équation.

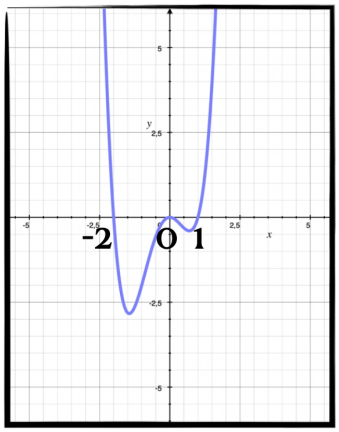
<u>Exercice 2.</u> *10 minutes - 4 points* On considère les trois courbes suivantes :



A



B



C

1. (2 points) Dites laquelle correspondrait à l'équation différentielle $x'(t) = f(x(t))$ avec $f(x) = x(x-1)^2(x+2)$.
2. (2 points) En déduire les équilibres de cette équation, leur stabilité, le portrait de phase, et des courbes représentatives.