Année universitaire 2021-2022
Semestre 2

Parcours d'Accès Spécifique à la Santé (PASS)

Niveau :	**Première année**
Titre de l'enseignement :	**Mineure disciplinaire mathématiques**
Nom des responsables :	**F. Oudin-Dardun / L. Pujo-Menjouet**
Date de l'épreuve :	**10 mars 2022**
Durée de l'épreuve	**120 minutes**

Documents et cours autorisés : OUI ☐ NON ☒

Préambule :
Indiquez sur la copie vos **NOM et PRÉNOM**. La justification des réponses et un soin particulier apporté à la présentation sont demandés et seront pris en compte lors de la notation.
Documents et calculatrices ne sont PAS autorisés durant l'épreuve.
L'usage des téléphones et ordinateurs est prohibé.

Question de cours - 30 minutes -

1. Énoncer sans les démontrer les lois de Morgan pour des prédicats.
2. Énoncer et montrer la formule de contraposée.
3. Énoncer sans le démontrer, le théorème de Rolle.
4. Énoncer sans la démontrer, la formule des racines nièmes complexes de 1 .

Exercice 1. *30 minutes*

1. Déterminer les deux solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2+z+1=0$. Déterminer leurs modules et arguments et les exprimer sous forme exponentielle.
2. Donner les 4 racines quatrième de 1 dans $\mathbb{C}$ et les représenter sur le plan complexe.

Exercice 2. *30 minutes*

1. Rappeler le théorème sur l'identité de Bézout.
2. Se servir de la question précédente pour déterminer des entiers relatifs u et v tels que $5u+7v=1$.

Exercice 3. *30 minutes*
Soit f l'application définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 1 - \sin(x)$.

1. Justifier que f est continue $[0, \frac{\pi}{2}]$.
2. En rappelant le théorème de Bolzano, justifier qu'il existe alors au moins un réel $c \in]0, \frac{\pi}{2}[$ tel que $f(c) = 0$.
3. Supposons maintenant qu'il existe deux valeurs c_1 et c_2 dans $\mathbb{R}$ telles que $f(c_1) = f(c_2) = 0$, avec $c_1 < c_2$.
   (a) Justifier que f est continue sur n'importe quel intervalle $[c_1, c_2]$ et dérivable sur $]c_1, c_2[$.
   (b) Rappeler le théorème de Rolle et en déduire qu'il devrait exister alors un réel $r \in]c_1, c_2[$ tel que $f'(r) = 0$.
   (c) Exprimer f' sur $\mathbb{R}$.
   (d) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f'(x) > 0$.
   (e) En déduire qu'il y a une contradiction avec la question (b).
4. Expliquer pourquoi alors il ne peut y avoir qu'une seule valeur c dans $\mathbb{R}$ telle que $f(c) = 0$.