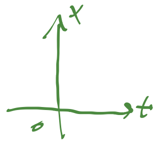
27 septembre (suite)

Exemple: Determiner l'allure des solutions de l'edo $x' = x(1-x)$ et se servant des isoclines - k de cette edo



Réponse: Cherchons les isoclines - k de cette edo:

$x' = k \iff x(1-x) = k$

$\iff x - x^2 = k$

$\iff x^2 - x + k = 0 \quad , k \in \mathbb{R}$

$\Delta = 1 - 4k$

$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

si $\Delta > 0$ $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

si $\Delta = 0$ $x = \frac{-b}{2a}$

si $\Delta < 0$ pas de solution

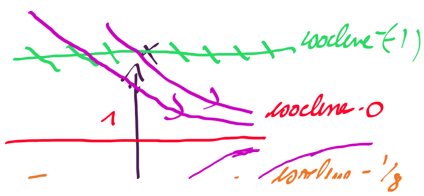
$\boxed{\text{si } \Delta > 0}$ càd $1 - 4k > 0 \iff 1 > 4k$

$\iff \boxed{\frac{1}{4} > k}$

on a 2 solutions $x_1 = \frac{1-\sqrt{1-4k}}{2}$ et $x_2 = \frac{1+\sqrt{1+4k}}{2}$

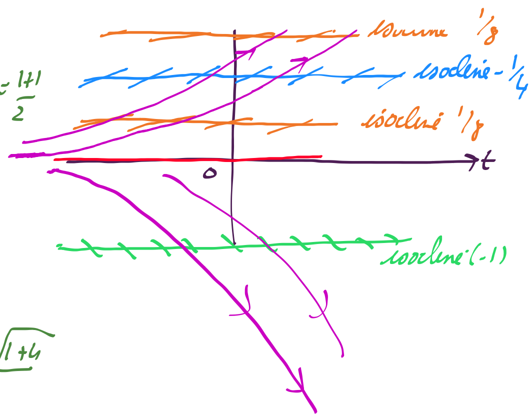
$\boxed{\text{si } \Delta = 0}$ si $k = \frac{1}{4}$ on a une solution $x_0 = \frac{1}{2}$

$\boxed{\text{si } \Delta < 0}$ si $> \frac{1}{4}$ pas de solution



• $\boxed{\text{si } k=0}$ $\left(0<\frac{1}{4}\right)$: $x_1 = \frac{1-\sqrt{1}}{2} = \frac{1-1}{2}$ $\qquad x_2 = \frac{1+\sqrt{1}}{2} = \frac{1+1}{2}$

$\boxed{x_1 = 0} \qquad \boxed{x_2 = 1}$



si $k = \frac{1}{4}$ $\qquad x_0 = \frac{1}{2}$

. si $k=-1$ $\qquad x_1 = \frac{1-\sqrt{1+4}}{2} \qquad x_2 = \frac{1+\sqrt{1+4}}{2}$

$\qquad = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \qquad = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

si $k = \frac{1}{8}$ $\qquad x_1 = \frac{1-\sqrt{1-4/8}}{2} \qquad x_2 = \frac{1+\sqrt{1-4/8}}{2}$

$\qquad = \frac{1-\sqrt{1/2}}{2} \qquad x_2 = \frac{1+\sqrt{1/2}}{2}$

Remarque : 1° dans l'exemple précédent $x' = x(1-x)$ l'edo est autonome

donc les isoclines - k (et ce sera un cas général) sont nécessairement des droites horizontales !

2° Dans l'exemple précédent $x' = x(1-x)$ on remarque

que si $x(t) = 0$ pour tout t ($x = cte = 0$) : on a l'égalité $\underset{x'}{0} = \underset{x=0}{0}(1-\underset{x=0}{0})$ alors $x = 0$ est solution de l'edo

de même si $x(t) = 1$ pour tout t, $x'(t) = 0$ et $x(1-x) = 1(1-1) = 1.0 = 0$

On remarque que les isoclines - 0 sont aussi solutions de l'edo

C'est général : quand on aura $x' = f(x)$

les isoclines - 0 $x' = 0$ qui vérifient $\boxed{f(x) = 0}$ seront aussi solution de $x' = f(x)$