

**Feuille 7 ANALYSE**  
**Equations différentielles**

**Exercice 1.** Résoudre les équations différentielles suivantes sur  $\mathbb{R}$ :

1)  $y'(x) = x^2y(x)$ .

2)  $y'(x) - x^2y(x) = x^2$ .

3)  $y'(x) - x^2y(x) = x^2 + (1 - x^2)e^x$ .

4)  $y'(x) - x^2y(x) = 2e^{\frac{x^3}{3}}$ .

Déterminer la solution qui vérifie  $y(0) = 1$ .

**Exercice 2.** Résoudre l'équation différentielle  $y'(t) = y(t) + t$  avec la condition initiale  $y'(0) = 0$ .

**Exercice 3.** Résoudre sur  $]0, +\infty[$  l'équation différentielle  $xy' - (x + 2)y = x^4$  avec  $y(1) = 1$ .

**Exercice 4.** Résoudre sur  $]0, +\infty[$  l'équation différentielle

$$xy'(x) + y(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} \quad \text{avec} \quad y(1) = 0.$$

**Exercice 5.** Résoudre les équations différentielles suivantes sur  $\mathbb{R}$ :

1)  $y'' + y' + y = (7x^2 + 3x + 4)e^{2x}$ .

2)  $y'' + 2y' + 9y = (8x^2 - 8x + 10)e^{-x}$ .

3)  $2y'' + y' - 3y = \cos x$ .

4)  $y'' - 2y' + y = 2 \sin x$ .

5)  $y'' - 4y' + 4y = xe^x$  avec  $y(0) = 0$  et  $y'(0) = 0$ .

**Exercice 6.** Résoudre les équations différentielles suivantes sur  $\mathbb{R}$ :

1)  $y'' - y = e^x$  avec  $y(0) = 0$  et  $y'(0) = 0$ .

2)  $2y'' + y' - 3y = (x - 1)e^x$ .

3)  $y'' - 4y' + 4y = (6x + 4)e^{2x}$ .

4)  $y'' - 2y' + 2y = e^x \sin x + 2x^2$ .

5)  $y'' - y = 2 \operatorname{ch}(x)$ .

**Exercice 7.**

a) Trouver la solution générale  $y$  de l'équation différentielle

$$y''(t) + y(t) = kt \quad (\star)$$

où  $k$  est un paramètre réel.

b) Sachant que parmi les solutions de  $(\star)$  trouvées dans la partie a) il en existe une telle que  $y(0) = 0$  et  $y(2\pi) = 1$ , déterminer la valeur de  $k$ .

**Exercice 8.** Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle  $y'' + 4y' + 3y = 3t^2 + 2t$ .