

FEUILLE DE TD N° 11

Exercice 4

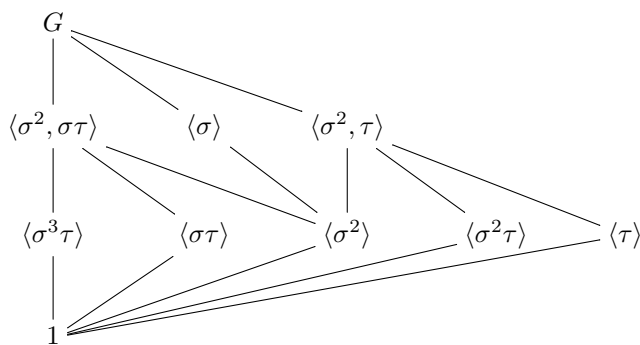
a) Soit $K = \mathbb{Q}(i, \sqrt[4]{2})$.

Soit $G = \text{Gal}(K/\mathbb{Q})$. Soit $\sigma \in G$ tel que σ est $\mathbb{Q}(i)$ -linéaire et $\sigma(\sqrt[4]{2}) = i\sqrt[4]{2}$.

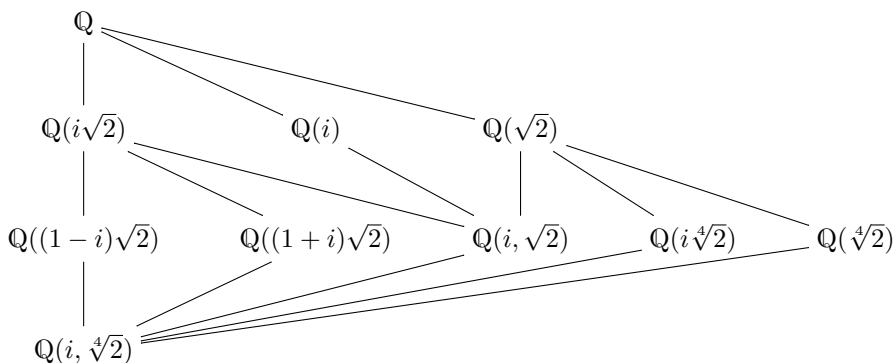
Soit τ la conjugaison complexe.

Alors $G = \langle \sigma, \tau \rangle \simeq D_4$, groupe diédral d'ordre 8.

Voici les sous-groupes de G :



et les corps *intermédiaires* correspondants :

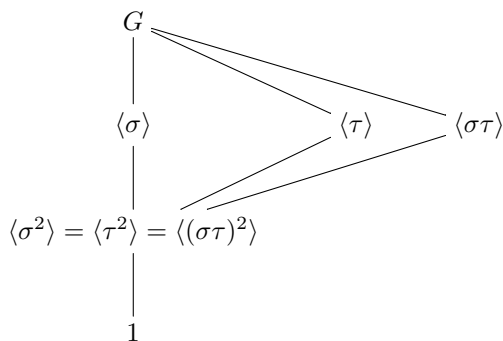


b) Soit $K = \mathbb{Q}(\theta)$ où $\theta = \sqrt{(2 + \sqrt{2})(3 + \sqrt{3})}$. Soit $G = \text{Gal}(K/\mathbb{Q})$.

Soient $\sigma, \tau \in G$ tels que $\sigma(\theta) = \sqrt{(2 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{3})}$ et $\tau(\theta) = \sqrt{(2 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{3})}$.

Alors $G = \langle \sigma, \tau \rangle \simeq Q_8$, groupe des quaternions d'ordre 8 (cf. fiche de TD 7).

Voici les sous-groupes de G :



et les corps *intermédiaires* correspondants :

