

Soit  $V = \{(x, e^x) : x \in \mathbb{C}\} \subseteq \mathbb{C}^2$ . Alors  $V$  n'est pas un sous-ensemble algébrique de  $\mathbb{C}^2$ .

En effet, soit  $P \in I(V)$ , alors :

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{C}, P(x, e^x) &= 0 \\ \Rightarrow \forall n \in \mathbb{Z}, P(2in\pi, 1) &= 0 . \end{aligned}$$

Donc  $P(X, 1) = 0$ .

De même, si  $a \in \mathbb{R}$ ,

$$\begin{aligned} \forall n \in \mathbb{Z}, P(2in\pi + a, e^a) &= 0 \\ \Rightarrow P(X, e^a) &= 0 . \end{aligned}$$

Donc

$$\forall a \in \mathbb{R}, P(X, e^a) = 0$$

donc  $P(X, Y) = 0$ .

Or si  $V = V(I)$ , alors  $I \leq I(V) = 0 \Rightarrow I = 0 \Rightarrow V = \mathbb{C}^2$ . *Absurde* car par exemple  $(0, 0) \notin V$ .