Luis Paris (Dijon)

Titre : Problème du $K(\pi, 1)$ pour les groupes d'Artin

Résumé : Soit W un groupe de transformations linéaires de $\mathbf{R}^n$ engendré par des réflexions et ayant un cône polyédral comme domaine fondamental. Par un théorème classique de Vinberg, il existe un cône convexe ouvert et non vide I sur lequel le groupe agit de façon proprement discontinue. De plus, si R désigne l'ensemble des réflexions dans W et, pour $r \in R$, H_r l'hyperplan de $\mathbf{R}^n$ fixe par r, alors W agit librement sur $I \setminus (\bigcup_{r \in R} H_r)$.
Posons $E = (I \times I) \setminus \bigcup_{r \in R}(H_r \times H_r)$. Alors E est une variété (topologique) connexe de dimension $2n$ et W agit librement et de façon proprement discontinue sur E. On sait que W est un groupe de Coxeter (par Vinberg) et $\pi_1(E/W)$ est un groupe d'Artin (par Van der Lek). Si $W = \mathcal{S}_n$ est le groupe symétrique, alors $I = \mathbf{R}^n$, E est le complémentaire dans $\mathbf{C}^n$ de la grande diagonale, E/W est le complémentaire dans $\mathbf{C}^n$ du discriminant, et $\pi_1(E/W)$ est le groupe de tresses à n brins.
Une question centrale dans le sujet est de savoir si l'espace E/W est asphérique (i.e. si le revêtement universel de E/W est contractile). Cet exposé sera une présentation de cette question. Nous aborderons quelques exemples historiques tels que les groupes de tresses, nous montrerons quelques applications, puis nous présenterons quelques résultats plus récents dont un relié aux groupes de tresses virtuelles.