

# Fonctions monotones : rappels

Mesure et Intégration 2013-2014

Université Lyon 1

17 septembre 2013

## Proposition

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  croissante (propriétés analogues si  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  est monotone, avec  $I$  intervalle)

- \*  $f$  a des limites latérales  $f(x-)$  et  $f(x+)$  en tout point  $x \in \mathbb{R}$
- \* On a

$$f(x-) = \sup_{y < x} f(y) \text{ et } f(x+) = \inf_{y > x} f(y)$$

- \* On a

$$f(x-) \leq f(x) \leq f(x+), \forall x \in \mathbb{R}$$

## Proposition - suite

- \* Si  $y < x$ , alors

$$f(y-) \leq f(y) \leq f(y+) \leq f(x-) \leq f(x) \leq f(x+)$$

- \* Si  $x \in \mathbb{R}$ , alors  $f$  est continue en  $x$  ssi  $f(x-) = f(x+)$ , et dans ce cas  $f(x) = f(x-) = f(x+)$