

Fonctions monotones : rappels

Mesure et Intégration 2013-2014

Université Lyon 1

17 septembre 2013

Proposition

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ croissante (propriétés analogues si $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ est monotone, avec I intervalle)

* f a des limites latérales $f(x-)$ et $f(x+)$ en tout point $x \in \mathbb{R}$

* On a

$$f(x-) = \sup_{y < x} f(y) \text{ et } f(x+) = \inf_{y > x} f(y)$$

* On a

$$f(x-) \leq f(x) \leq f(x+), \forall x \in \mathbb{R}$$

Proposition - suite

- * Si $y < x$, alors

$$f(y-) \leq f(y) \leq f(y+) \leq f(x-) \leq f(x) \leq f(x+)$$

- * Si $x \in \mathbb{R}$, alors f est continue en x ssi $f(x-) = f(x+)$, et dans ce cas $f(x) = f(x-) = f(x+)$