Rapport - n° 2006- 021 avril 2006

Inspection générale
de l'éducation nationale

L'évolution des épreuves de mathématiques au baccalauréat

(rapport d'étape 2005)

Rapport à monsieur le ministre
de l'Éducation nationale,
de l'Enseignement supérieur
et de la Recherche

ministère
éducation
nationale
enseignement
supérieur
recherche

Igen

L'évolution des épreuves de mathématiques au baccalauréat

(rapport d'étape 2005)

Rapport à monsieur le ministre
de l'Éducation nationale,
de l'Enseignement supérieur
et de la Recherche

Rapporteurs : Jean MOUSSA
Xavier SORBE

N° 2006-021
Avril 2006

Introduction

À l’issue de la mise en place à partir de l’année 2000 -2001 de nouveaux programmes dans les séries générales du lycée, le baccalauréat 2003 a vu la première évaluation de l’ensemble du nouveau système.
Au-delà des remous suscités cette année-là autour de l’épreuve de la série S, il est apparu que les idées qui présidaient à la rédaction des nouveaux programmes n’étaient pas encore suffisamment rentrées dans la pratique des classes.
Par ailleurs, une réflexion sur les épreuves du baccalauréat avait été lancée, avant même la mise en place des nouveaux programmes. En effet, après plusieurs années de fonctionnement des séries issues de la rénovation pédagogique des lycées, il était apparu un phénomène d’usure. Les épreuves du baccalauréat étaient souvent critiquées pour leur aspect « stéréotypé », les critiques venant d’ailleurs souvent des enseignants de niveau post-baccalauréat. La notion de « problème » était elle aussi mise en cause, le contenu effectivement inclus dans ces problèmes formés de plusieurs parties enchaînées se prêtant trop à un guidage pas à pas des élèves, ne laissant plus guère de place à l’expression de la créativité ou de l’inventivité des élèves. Enfin, l’Inspection constatait que, dans les classes, une préparation formelle aux épreuves-type du baccalauréat avait fréquemment tendance à prendre le pas sur la formation plus large souhaitée. Une commission a travaillé pendant plusieurs années sur des projets notamment liés à la place des calculatrices dans l’épreuve finale, ou sur le moyen d’introduire dans les sujets des questions moins fermées que celles que l’on voyait habituellement.

Cette commission a repris ses travaux pour mettre au point un nouveau texte définissant les épreuves des séries S et ES, texte visant à répondre aux critiques précédentes, à la fois par ses attendus, et par la mise en place de procédures permettant une évolution de l’épreuve. Ce texte est paru en 2003 pour les séries S et ES. Des textes comparables ont suivi et suivront pour les autres séries générales ou technologiques.
Au même moment, il a été demandé à l’Inspection Générale de conduire un travail d’information, se traduisant par la publication d’exemples d’exercices pour le baccalauréat. Le travail menant à la réalisation de cette publication a permis à la fois de faire ressortir les parties nouvelles des programmes, en insistant sur ce qui avait été encore imparfaitement mis en œuvre dans les classes, et de montrer par l’exemple ce que l’on pouvait attendre, relativement à l’évolution des épreuves qu’induisait la mise en place de la nouvelle maquette
Deux publications successives, pour les années 2003-04 et 2004-05, ont été réalisées, pour les séries S et ES[1], auxquelles s’ajoute en 2005 un document d’application.
L’ensemble de ces textes couvre assez complètement les points des programmes sur lesquels il paraissait nécessaire de montrer, sous une forme semblable à celle de l’examen final, quels étaient les attendus possibles en matière d’évaluation.

Nous avons tenté d’observer dans quelle mesure l’évolution des pratiques des enseignants avait pris en compte les réformes récentes, et dans quelle mesure cette évolution avait commencé à produire des effets sur les apprentissages.

[1] Dans tout le rapport, ces publications seront désignées par les expressions « banque d’exercices », « banque d’exercices pour la série ES (ou S) », ou plus simplement « banque ».

Plus précisément, il y a eu ces dernières années :
- évolution des programmes
- évolution de la définition des épreuves du baccalauréat
- évolution des sujets

Ces trois domaines interfèrent les uns sur les autres, et c'est le mouvement d'ensemble qui est le véritable sujet de cette étude.

La première question que l'on peut se poser concerne la cohérence des évolutions relatives aux différents domaines.

Cette cohérence ne va pas de soi, du fait qu'il n'y a pas eu simultanéité : les programmes ont d'abord été écrits, sans que la question de l'évaluation finale soit mise au premier rang des préoccupations des auteurs, qui étaient bien davantage engagés dans une réflexion de fond sur les contenus. Mais au moment d'écrire les premiers sujets de baccalauréat, il a bien fallu se poser cette question de l'évaluation. En fait, beaucoup d'enseignants avaient exprimé leur désarroi dès la parution de programmes écrits de manière telle que ce qui serait évalué en fin de cycle ne leur paraissait pas toujours évident.

La rédaction d'une nouvelle note définissant les épreuves a eu lieu en 2003 ; elle s'appliquait seulement à partir de 2004. Elle a permis de mettre en relief les objectifs que nous poursuivons, et elle était bien évidemment été écrite en référence aux nouveaux programmes. L'évolution des sujets a suivi.

On peut donc affirmer que la cohérence est bien présente. Lors de la première année, un effet de surprise a joué car la réflexion sur une nouvelle définition des épreuves était encore en cours, et il n'y avait pas eu sans doute suffisamment d'information sur ce qui pouvait être attendu en matière d'évaluation. La mise en œuvre des nouvelles maquettes, les travaux publiés depuis, et l'intense travail de formation accompli auprès des enseignants ont comblé ces lacunes et les sessions 2004 et 2005 se sont déroulées sans qu'apparaissent des difficultés notables.

Mais il était important d'aller voir « sur le terrain » jusqu'à quel point l'évolution souhaitée, tant dans les programmes que pour les épreuves, était passée dans les actes. Lors de la mise au point des sujets, la prudence et la qualité des vérifications jouent assez naturellement un rôle modérateur. Le risque existe donc de renoncer dans les faits à certains des objectifs poursuivis car on craint qu'ils soient hors de portée, et parce qu'il est nécessaire d'éviter de mettre les élèves en difficulté le jour de l'examen : tel n'est évidemment pas le but du baccalauréat.

L'évolution de la définition des épreuves[2]

Outre une modification dans l'organisation des sujets (limitation de la taille des exercices conduisant à écarter les anciens « problèmes » de forme traditionnelle, plus grande variabilité du nombre d'exercices), ces nouvelles définitions introduisent la possibilité d'utiliser des questionnaires à choix multiples (QCM), ainsi que des restitutions organisées de connaissances (ROC). Les objectifs affichés sont nombreux ; il s'agit en premier lieu de sortir d'une routine qui avait peu à peu envahi les sujets et qui faisait l'objet de critiques. Pour se donner la possibilité de valoriser l'initiative et l'imagination des candidats, l'introduction de questions ouvertes est encouragée. L'introduction de QCM va dans le même sens (cf infra, partie IV). Enfin, les ROC sont une forme de retour de l'ancienne « question de cours », le but étant notamment de réinstaller *dans les classes* l'habitude de faire restituer par les élèves des démonstrations clairement structurées, habitude qui avait largement régressé, voire disparu.

[2] Les définitions des épreuves pour les séries S et ES figurent en annexe 1.

Les questions ouvertes

Nous entendons par là des questions répondant à certains points spécifiques de la définition des épreuves, et notamment celles qui exigent pour leur résolution une véritable prise d'initiative de la part des élèves. En fait le terme de « question ouverte »se définit plus simplement par son contraire. Poser dans un énoncé une question fermée (cf commentaires de l'annexe 2) consiste à rédiger le texte d'une manière qui réduit à rien, ou presque rien, la liberté d'initiative des élèves. La méthode la plus usitée pour cela consiste à donner la réponse à la question posée, le seul travail pour l'élève consistant alors à développer le cheminement logique qui va des hypothèses (données) aux conclusions (également données). Il existe évidemment des questions fermées difficiles, mais une même question devient plus difficile lorsque l'on la pose ouverte au lieu de la poser fermée. Une question méritera d'autant plus le qualificatif « ouverte » que sa résolution demandera de la part de l'élève des tâtonnements, des essais, une prise d'initiative, voire une prise de risque..

L'évolution proposée, tant par la nouvelle définition des épreuves que par la lecture des programmes au travers des exemples publiés, consiste à encourager les professeurs à habituer à nouveau leurs élèves à affronter des questions ouvertes. Il n'est pas facile d'avancer dans ce sens sans augmenter de manière excessive la difficulté des travaux proposés aux élèves. Dans toutes nos recommandations, nous avons insisté sur quelques règles simples :

- introduire la question ouverte en fin d'exercice pour que l'élève qui sera mis en difficulté sur ce point puisse quand même faire la preuve de ses compétences sur les questions précédentes,
- introduire les questions ouvertes de manière progressive et adaptée aux capacités des élèves : cela ne sert à rien, pour dire que l'on a bien posé une question ouverte, de poser une question tellement difficile qu'aucun ou très peu d'élèves puissent en tirer quelque chose,
- lors de la correction d'une question ouverte, prévoir d'attribuer des points pour les traces écrites d'efforts significatifs et pertinents, même s'ils n'ont pas abouti.

L'évolution des sujets

L'annexe 2 contient trois exemples commentés. Ce sont des extraits de sujets, se rapportant à la partie analyse du programme de Terminale S. Le premier date de 1999, les autres de 2005.

Déroulement de l'enquête

L'enquête s'est déroulée pendant l'année scolaire 2004/2005.
Il y a eu trois modes d'investigation principaux, auxquels sont venus s'ajouter des entretiens avec des enseignants post-baccalauréat, des correcteurs du baccalauréat, et des élèves.

Enquête dans des lycées choisis.

Un certain nombre de lycées ont été choisis pour qu'une enquête assez précise y soit conduite. Cet échantillon, composé d'un lycée par académie, ne visait naturellement pas à la représentativité. Les critères du choix, réalisé en collaboration avec les inspections régionales, n'étaient pas contraignants : il était seulement demandé d'éviter des lycées dans lesquels on risquait de rencontrer des équipes trop peu réactives, voire endormies, et d'éviter aussi, au contraire, des lycées dont on sait qu'ils sont en pointe, de manière à ne pas trop biaiser les observations.
Dans ces lycées, une étude a été menée sur les résultats du baccalauréat 2004, et par une réunion prévue à cet effet en début d'année scolaire, nous avons cherché à faire une sorte d'état des lieux de l'équipe du lycée à la rentrée 2004. En cours d'année, une visite dans les classes permettait d'observer directement des séances pendant lesquelles les professeurs étaient invités à traiter des sujets mettant en valeur les idées novatrices qui font l'objet de l'étude, que ce soient des aspects du programme ou des aspects liés aux modes d'évaluation.
Vers la fin du deuxième trimestre, le protocole prévoyait la mise au point d'un problème de contrôle commun à toutes les divisions; la composition du sujet, calquée sur celle d'un sujet de baccalauréat,

devait respecter certaines contraintes de manière à faire apparaître les évolutions en cours. Toutefois, une certaine liberté était laissée aux enseignants, ce qui permettait aussi de voir leur manière d'interpréter ces évolutions.
En fin d'année une réunion de bilan permettait un échange avec l'équipe, au sujet de l'évolution et de la manière dont elle s'est poursuivie pendant cette nouvelle année scolaire.

Enquête à l'occasion d'inspections individuelles.

Le deuxième mode d'investigation a consisté simplement à demander aux IA-IPR, lors de leurs inspections individuelles dans des classes de terminale S ou ES, de pointer lors de l'entretien un certain nombre d'items très précis, et par conséquent quelque peu réducteurs, relatifs aux pratiques pédagogiques de l'enseignant inspecté. Ces informations sont suffisamment nombreuses pour faire apparaître quelques tendances significatives sur la manière dont se traduisent, sur le terrain, les évolutions souhaitées.

Enquête à l'occasion de réunions d'équipe pédagogique.

Le troisième mode d'investigation consistait à demander aux IA-IPR, lors des réunions d'équipe disciplinaire qu'ils suscitent et animent, de suivre une grille permettant de relever quelques items de même nature que ci-dessus, de sorte que l'on obtient un indicateur d'ambiance sur l'équipe qui a été interrogée.

On est ici au cœur du pilotage pédagogique, et ces dispositifs permettaient aux IA-IPR de s'impliquer pleinement dans l'enquête.

Les évolutions induites par les nouveaux programmes

En règle générale, la mise en place des nouveaux programmes est effective. La très grande majorité des enseignants a accompli avec conscience les efforts nécessaires à leur mise en place.
Les points les plus novateurs concernaient les équations différentielles et l'introduction de la fonction exponentielle, ces deux points étant d'ailleurs non dénués de liens, puisque c'est justement à travers l'équation différentielle fondamentale $y'=y$ associée aux phénomènes de décroissance de la radioactivité et de « durée de vie sans vieillissement » qu'il est suggéré d'introduire la fonction exponentielle.
De nombreux enseignants ont, au début, éprouvé des difficultés à présenter le programme sous l'angle ainsi conseillé ; l'objet « équation différentielle » se révèle en effet difficile à aborder car il est nécessaire de lui associer un sens assez intuitif, ce qui pouvait entrer en conflit avec les bonnes pratiques inspirées par l'époque où l'accent était surtout mis sur des présentations plus formelles. S'appuyer sur des notions présentées en sciences physiques n'avait par ailleurs rien d'évident pour nombre d'enseignants.
Un point assez technique mérite d'être signalé. Lorsqu'il s'agit alors d'établir rigoureusement, ce qui est l'un des points essentiels du programme, quelle est la forme générale de l'ensemble des solutions de l'équation $y'=ay+b$, le fait de ne plus disposer de quelques bases d'algèbre linéaire rend plus malaisée la construction, et les enseignants ont recouru, pour résoudre cette difficulté, à des méthodes variées. Lors de l'introduction des ROC, cela a posé des problèmes, car toute « question de cours » sur ce sujet, forcément inspirée d'une méthode particulière, risquait de prendre à contre-pied les élèves disposant d'un cours ayant utilisé une méthode différente. Il est important de noter que les difficultés ainsi signalées sont en bonne voie de résolution ; l'observation effectuée en 2004/05 porte sur une situation en mouvement, et la prise en compte de l'ensemble des programmes et de leur « esprit » s'améliore rapidement.

Les réticences ou difficultés, lorsqu'elles sont exprimées par les enseignants, s'appuient sur des facteurs extérieurs. La réduction des horaires reste encore prégnante dans les esprits. Sont aussi citées la nécessité d'entraîner les élèves aux épreuves du baccalauréat, et les lacunes des élèves : « Les bases manquent, il faut un temps très long pour réaliser le moindre calcul, etc. ». La généralisation des horaires « planchers » des classes de collège, depuis déjà de nombreuses années trouvent sans doute ici un écho. Nous faisons remarquer que le rapport annexé à la loi d'orientation votée en 2005 invite de manière explicite à un retour, pour la classe de Première Scientifique, à des horaires renforcés en mathématiques ; or c'est en premier lieu dans cette classe que la lourdeur du programme est ressentie et signalée.

Faire la part entre ce qui relève d'observations objectives et ce qui tient aux craintes des enseignants devant l'évolution de leur travail n'est en rien évident. Tout au plus doit-on noter que les comportements individuels sont extrêmement variables ; l'obligation dans laquelle nombre d'enseignants se sentent placés vis-à-vis de leurs élèves et de leur préparation au baccalauréat les conduisant naturellement à privilégier l'entraînement aux épreuves. Nombre d'entre eux n'acceptent pas sans regret l'idée que tel ou tel point mathématique, telle technique de calcul, qui étaient normalement enseignés dans les anciens programmes, cessent de l'être ou bien se voient donner une importance bien moindre. Et ceci peut contribuer à leur impression d'être débordés par le contenu du programme.

Les évolutions induites par la nouvelle définition des épreuves

On peut considérer que l'évolution souhaitée porte principalement sur trois points : l'introduction de QCM, l'introduction de restitutions organisées de connaissances, l'introduction de « questions ouvertes ».

Les banques d'exercices

Les banques d'exercices pour les séries S et ES ont été jugées de prime abord comme plutôt ambitieuses.
Mais en même temps, on peut affirmer que cette publication, qui était très attendue et qui répondait aux les manifestations d'inquiétude lors de la session 2003, a été largement utilisée. L'enquête individuelle montre que, très majoritairement, les enseignants ont utilisé ces exemples (le mode majoritairement relevé est « régulièrement »)[3] , et, dans les lycées qui ont fait l'objet d'une enquête suivie, les sujets d'épreuve mis au point intégraient aisément des exercices tirés de cette publication.
En revanche, les réactions des élèves ont été variables ; il est souvent arrivé que les exercices de la banque donnent lieu à des résultats plutôt inférieurs aux autres exercices « classiques » que les professeurs proposaient.
Il n'est pas possible de faire la part, dans ce phénomène, de deux composantes qui jouent dans le même sens. D'une part, les *élèves* rencontraient dans ces exercices des questions prenant une forme relativement nouvelle à laquelle ils n'étaient pas nécessairement préparés : rappelons que la formation d'un élève s'étend sur un grand nombre d'années, et que dans le travail actuellement mené, il est demandé une évolution précise sur les classes de terminale qui, remontant lentement en amont, ne fera son effet sur l'ensemble de la scolarité du lycée que progressivement.
D'autre part, les *enseignants*, eux aussi, rencontraient dans ces exercices des manières nouvelles d'aborder tel ou tel point du programme, et il n'est pas certain qu'ils avaient toujours pris conscience de la nécessité d'adapter leur enseignement aux nouveautés incluses dans les exercices de la banque.

Les QCM et les dispositifs analogues (vrai-faux, etc.)

L'intérêt des dispositifs d'évaluation par QCM, leurs avantages et leurs inconvénients, ne sont pas l'objet principal de cette étude. Néanmoins, il est indispensable de rappeler quelques évidences.
La facilité ou l'objectivité apparente de la correction n'est pas le but recherché ; d'ailleurs si c'était le cas, les enseignants auraient probablement envers ces dispositifs une attitude moins méfiante. Le véritable intérêt est la facilité avec laquelle on peut, d'une part, affiner l'évaluation (en raison de la précision des questions), et d'autre part, poser des questions qui appartiennent de plein droit au type « ouvert », puisque la réponse de l'élève est réduite à un choix, choix pour lequel il est réellement obligé de s'engager, de prendre un risque.

[3] parmi les quatre réponses qualitatives « jamais, rarement, régulièrement, souvent ».

L'opinion très réservée de nombreux enseignants relativement à ces dispositifs doit certainement être reliée avec leur réticence à s'aventurer dans le champ des questions ouvertes : ils n'apprécient pas volontiers de laisser l'élève libre, dans le secret de son raisonnement, de préparer sa réponse finale qui apparaîtra sans que son cheminement ne soit visible. Et la réponse juste peut être le résultat d'un raisonnement faux : être mis dans l'incapacité d'empêcher ces réponses justes ainsi « indûment » gagnées, comme celle de détecter des réponses données au hasard, gêne nombre de professeurs. Bien entendu, nous entendons aussi de manière récurrente les inquiétudes liés aux phénomènes de fraude ; on semble oublier que la fraude, aussi bien en QCM que dans une épreuve ordinaire, entraîne un risque, et que le gain en facilité de copiage est compensé par l'augmentation du risque puisqu'il faut, à un élève qui copie lors d'un QCM, une confiance aveugle dans sa source. En conséquence, bien que les problèmes de fraude aux QCM doivent être très sérieusement pris en compte[4], il est certainement erroné de faire de cette réserve, pour légitime qu'elle soit, la raison unique de la méfiance de certains enseignants.

Nous avons rencontré des utilisations impropres en classe des QCM ; un exemple en est la correction de QCM s'étalant sur une durée excessive, au cours de laquelle, dans un souci de méthodologie, l'enseignant, détaille toutes les méthodes possibles permettant de répondre à chacune des question. Naturellement, plusieurs stratégies sont envisageables, depuis la vérification un à un des résultats proposés jusqu'à la recherche *a priori* de la réponse la plus aisément vérifiable, en passant par le calcul proprement dit, sans se servir des réponses proposées[5].

Les ROC (Restitution Organisée de Connaissances)

L'accueil initial a été quelque peu réservé. Ce n'était pas en raison des buts poursuivis, car évidemment tous les enseignants admettent que la connaissance du cours, la connaissance de démonstrations de cours et la capacité à les restituer sont des compétences extrêmement importantes.

Mais un certain désarroi s'est exprimé à propos de cette introduction. Les exemples étaient souvent jugés très difficiles, voire trop, ou bien irréalistes, etc. L'argument du faible intérêt du « par cœur », bien que régulièrement entendu, ne nous est pas opposé de manière dominante. En revanche, beaucoup de difficultés apparaissent. Elles sont dues, d'une part au fait que l'écriture du programme ne permet pas facilement de dégager ce qui peut être demandé en matière de ROC[6], et d'autre part, que l'habitude de proposer des énoncés précis a bel et bien perdu du terrain dans les enseignements comme dans les manuels. Plus précisément, chaque professeur étant libre d'organiser son cours à sa manière, et les manuels étant eux-mêmes structurés de la manière la plus variable, la conformité au programme n'étant pas toujours le but principal, il est difficile de cerner ce qui tient lieu de colonne vertébrale *commune* aux cours de mathématiques professés dans les diverses classes.

Deux exemples frappants sont l'étude des solutions d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$, ou bien la construction de la fonction exponentielle.

Certains professeurs ont considéré que, s'ils employaient une certaine méthode de démonstration dans leur classe, une autre méthode serait incompréhensible par les élèves, et qu'il était donc gênant de demander une restitution relative à ce théorème parce que, si on demandait cette restitution sans guider les élèves, elle était beaucoup trop difficile, et si on guidait les élèves, on était amené à choisir un cheminement particulier et les élèves qui ne l'avaient pas suivi étaient incapables de répondre à la question.

Dans les faits, les observations sur le terrain ont conforté cette appréciation des professeurs ; lors des premières introductions de ROC dans les sujets, les résultats ont été généralement décevants. Il en était

---

4 Des dispositifs variés peuvent être utilisés, avec il est vrai une efficacité qui ne peut être totale. Cela peut être un test « vrai-faux » pour lequel on ne demande de justification que lorsque l'affirmation « faux » est choisie : cette méthode est adaptée pour faire travailler les élèves sur la notion de contre-exemple. Cela peut aussi passer par l'abandon de grilles de réponse fournies avec le sujet, faciles à lire sur la table du voisin, ou par la présentation volontairement délicate à lire de loin de telles grilles.

5 Cet exemple est très révélateur de l'effet en retour de l'évaluation sur la formation : on ne forme plus à des notions, à un programme et à ses objectifs, mais on forme à l'examen et à lui seul.

6 Une lecture mécanique du programme, par recherche automatique de la racine « démontrer », amenait en tout et pour tout 8 occurrences du mot, et la recherche de mots analogues n'améliorait pas beaucoup ce score.

de même lorsque la ROC portait sur le point développé ci-dessus. Il en ressort que, certes, ce point est difficile ; mais il apparaît aussi que les professeurs sont mal à l'aise, et que les mauvais résultats étaient certainement à mettre au débit de l'ensemble du système, c'est-à-dire de la conjonction de trois facteurs : construction du programme *et* formation des maîtres *et* niveau d'assimilation ou de travail des élèves.

Il est important de noter que, comme dans les autres points abordés, l'évolution est assez rapide, et l'utilisation des ROC rentre de plus en plus dans les pratiques. Les difficultés ci-dessus sont partout, quoiqu'à des rythmes variables, en voie de résolution. Il est notamment très visible que l'introduction de ROC commence à s'étendre en amont, en classe de première et en seconde. De telles évolutions nous encouragent à poursuivre les efforts dans cette voie.

Les questions ouvertes

Un travail d'explication reste encore nécessaire. Tout d'abord, la définition même de ce qu'est une question ouverte n'est pas de nature purement mathématique, et telle question qui mériterait, dans telle situation de classe, le qualificatif « ouvert », le mériterait moins dans telle autre situation.
En revanche, l'ambition de formation que nous exprimons au travers de la demande de développer le travail sur de telles questions répond à des objectifs précis. On trouvera à ce sujet un développement dans la note figurant en annexe 4.
L'enquête menée au cours de l'année 2004/2005 montre que parmi les réticences initiales des enseignants figuraient en premier lieu des réflexes pragmatiques : la contrainte consistant à devoir « finir le programme » ainsi que la préparation au baccalauréat laisseraient trop peu de place pour que l'on puisse passer le temps nécessaire au traitement de questions ouvertes. Il apparaissait aussi que certains interprétaient l'introduction des questions ouvertes uniquement en tant que dispositif renforçant la difficulté de la discipline, et dans de telles conditions, les constats relatifs aux insuffisantes capacités des élèves étaient facilement invoqués comme obstacle à une telle introduction.
Cependant, la plupart des enseignants reconnaissent, dans les exemples proposés, des exercices intéressants, et admettent que poser et traiter de telles questions valorise l'étude de la discipline.

Quelques observations quantitatives

Lors de l'enquête réalisée à l'occasion des inspections individuelles, plusieurs points ont pu être observés.
Le nombre des inspections (plus d'une centaine) ne permet pas de considérer les chiffres qui suivent comme précis et significatifs, d'autant que la représentativité de notre échantillon n'était pas contrôlée *a priori*. Mais nous avons malgré tout vu apparaître de manière quantitative des effets cohérents avec ce que nous avions observé de manière qualitative depuis plusieurs années.

Fréquence des travaux écrits en temps libre (DM) en terminale S

Fréquence des DM	Plus d'un par quinzaine	Un toutes les deux ou trois semaines	Environ un par mois	Moins de un par mois, voire aucun
Proportion	20%	40%	25%	15%

Ces résultats montrent que l'utilisation des travaux écrits en autonomie reste un chantier important[7], et que nous devons poursuivre nos efforts pour en faire comprendre l'importance.

Les QCM

Les classes dans lesquelles les enseignants ne préparent pas leurs élèves aux QCM sont devenues très rares. Dans au moins 9 classes sur 10, la pratique en était déjà répandue pendant l'année 2004/05 ; dans une partie des classes, il y a même une certaine « mode », et il pouvait arriver que l'on craigne un usage quantitativement abusif, quand il ne l'est pas qualitativement (voir ci-dessus). Malgré une sorte de mauvaise réputation qui subsiste chez certains, les QCM sont en fait assez bien rentrés dans les mœurs.

Les ROC

Bien qu'ayant apparu plus tardivement que les QCM, les ROC ont été largement abordées par la très grande majorité des enseignants pendant l'année 2004/05. Il faut rappeler que, par suite de la publication de la maquette en 2003, il a été considéré que les classes ne seraient pas prêtes en 2004, et l'introduction de cette innovation a eu lieu seulement en 2005. Les enseignants ont découvert au mois de décembre les exemples publiés par la DESCO, c'est-à-dire que l'enquête était déjà en cours.

Dans notre enquête, il apparaissait que la très grande majorité des enseignants a pris en compte l'introduction des ROC ; en chiffres bruts, plus de 75% en ont introduit. Il n'est pas aisé d'aller très loin dans l'interprétation de ce chiffre, car les visites dans les classes ont pu avoir lieu assez tôt. Du fait qu'il n'y avait pas encore eu de travail de cette nature à la date de l'inspection, nous ne pouvions pas toujours déduire qu'il en serait der même jusqu'à la fin de l'année scolaire. En revanche, une analyse croisée, qui corrige automatiquement les effets de perspective dus à l'observateur, a montré une corrélation positive entre le fait de donner en devoir en temps libre des exercices issus de la banque DESCO et le fait de donner des travaux « ROC » aux élèves, ce qui indique bien chez les enseignants visités la mesure de leur implication dans l'évolution en cours.

Le tableau qui suit concerne l'année scolaire 2004/05 et donc la première année d'introduction des ROC ; la réalité pour 2005/06 est donc plus favorable (voir partie IV). Nous avons décompté et classé les observations effectuées en fonction du nombre de fois où le professeur fait travailler ses élèves sur des ROC (en colonnes) et de la fréquence avec laquelle il fait apparaître des exercices de la banque DESCO (en lignes). Il apparaît assez clairement une liaison positive entre ces deux caractères. Nous indiquons en gras les deux catégories suivantes :

- Parmi les professeurs qui ont donné 4 fois des ROC à leurs élèves, le caractère qualitatif le plus fréquent est « régulièrement » des exercices de la banque DESCO.
- Parmi ceux ne donnant aucun travail de ROC, le caractère le plus fréquent est « jamais ».

[7] Voir la note de l'Inspection Générale sur les travaux écrits des élèves au collège et au lycée. http://eduscol.education.fr/D0015/LLPHAG01.htm

	Pas de ROC	1 ROC	2 ROC	3 ROC	4 ROC	Plus de 4
Ex. DESCO : jamais	**12**	3	6	4	1	0
Ex.DESCO : rarement	5	7	6	3	3	1
Ex.DESCO : régulièrement	9	13	12	5	**9**	4
Ex.DESCO : souvent	4	0	3	1	0	1

Les questions ouvertes.

L'attitude des enseignants est parfois craintive. Au-delà de la définition imprécise de cette notion, les tentatives de mesure que l'on peut tirer des observations individuelles confortent ce que l'on retire des entretiens d'équipe.

Lors des contrôles, l'on observe moins souvent des questions ouvertes qu'en devoir en temps libre ; ce phénomène est évident à la lecture des chiffres ; en effet, les IA-IPR étaient invités à classer qualitativement la fréquence d'apparition des questions ouvertes, tant en contrôle que dans les travaux en temps libre. Cette fréquence est, de manière très significative, plus basse lors des contrôles. Le tableau est le suivant, en écartant les réponses non utilisables parce qu'incomplètes :

	Total	Jamais en contrôle	Rarement en contrôle	Régulièrement en contrôle	Souvent en contrôle
Total		**58**	38	12	1
Jamais en temps libre	27	23	4	0	0
Rarement en temps libre	**54**	30	22	2	0
Régulièrement en en temps libre	26	5	11	9	1
Souvent en temps libre	2	0	1	1	0

On observe que le mode (la fréquence majoritaire) est « *jamais* » lorsqu'il s'agit des contrôles, et « *rarement* » lorsqu'il s'agit des travaux en temps libre ; pour les contrôles, l'observation « *jamais* » apparaît quatre à cinq fois plus souvent que l'observation « *régulièrement* ».

Pour les travaux en temps libre, les observations « *jamais* » et « *régulièrement* » apparaissent de manière équilibrée.

L'état d'esprit dans les classes

Les nouveaux programmes

Ils sont assez généralement bien acceptés, et appréciés, mais leur application pose des problèmes aux enseignants à plusieurs titres. Pour autant qu'il est possible d'avoir une perception significative à ce sujet, les élèves ont également des réactions favorables, compte tenu des difficultés que signalent leurs professeurs.

L'introduction des nouveaux programmes avait été progressive, la publication s'étant étalée sur trois ans (de 2000 à 2002). La publication des programmes de seconde et celle de nouvelles grilles horaires pour l'ensemble du lycée coïncidait avec une période pendant laquelle la discipline a été souvent mise sur la sellette. De nombreux débats publics se sont en effet tenus durant les années 1999-2001 sur l'avenir de la discipline et sur le fait qu'aux yeux de certains, le développement des outils automatiques la mettait en déclin. Cette époque a profondément marqué le milieu des mathématiciens ainsi que la grande majorité des enseignants de la discipline, qui se sentaient sur la défensive. Comme il y avait eu en même temps réduction des horaires affectés à la discipline, nombreux ont été les professeurs qui, au début, ont accueilli les nouveaux programmes avec une réticence qui reflétait leurs sentiments et les inquiétudes du moment.

La mission du groupe d'experts s'articulait autour de quelques idées centrales au premier rang desquelles était celle consistant à faire une plus large part à la statistique et à la formation des élèves à l'aléatoire. C'est dans cet esprit que le programme de seconde comportait une ouverture à l'observation des fluctuations statistiques.
Par ailleurs, le groupe insistait sur une rénovation des méthodes d'apprentissage, qui visait à faire abandonner des pratiques considérées comme obsolètes et peu efficaces. Au nombre des « vieilleries » figurait ce que l'on appelle familièrement la « trinômite », c'est-à-dire l'étude détaillée et répétitive d'exemples et d'exercices autour de l'équation du second degré, ainsi que l'étude de fonctions numériques, avec détermination de l'ensemble de définition, calcul de dérivée, détermination du sens de variation, etc. Cette insistance s'est notamment exprimée dans la formule (le slogan ?) « développer le calcul *intelligent* ». Il va sans dire que certains enseignants ont reçu assez froidement ce genre de proposition, qui implicitement assignait à leurs activités passées le qualificatif contraire.
Enfin, un ambitieux projet devait remplacer ces présentations jugées dépassées : il s'agissait, à travers l'encouragement à la transdisciplinarité, de faire sortir les mathématiques de leur isolement, non seulement grâce à l'introduction des TPE, mais aussi dans le corps même des programmes[8].

La production du groupe d'experts a comporté plusieurs phases de consultation, notamment à propos des programmes de première et de terminale, qui ont permis qu'un dialogue se renoue. Même si les objectifs du groupe n'étaient pas toujours bien compris, on peut dire maintenant que les programmes sont acceptés, et même que les contenus en sont appréciés. Il est bien plus fréquent d'entendre des commentaires favorables à l'ensemble de leur construction que le contraire. Dans cela a joué notamment le fait que la partie dévolue à l'analyse tourne le dos à des aberrations qui s'étaient produites, pour revenir à une approche bien plus cohérente[9]. Le retour de l'arithmétique, qui avait été entériné dans les dernières modifications avant la réforme, a été confirmé à l'approbation générale des enseignants.
Pour faire bref, les contenus sont généralement considérés comme intéressants, riches, et formateurs.

Malheureusement, les autres aspects de la situation actuelle ne sont pas tous aussi encourageants.

La mise en œuvre effective des programmes

Tout d'abord, les réductions d'horaires qui ont eu lieu à l'occasion de la réforme du lycée laissent encore des traces. Les programmes de Première S étaient déjà considérés comme trop lourds, et leur nouvelle version n'a en rien corrigé cet état de fait, bien au contraire.
L'articulation entre la seconde de détermination et la première S se fait donc dans de moins bonnes conditions, car les programmes de seconde n'étant pas en général traités de manière suffisamment différenciée[10], les élèves entrant en première S se trouvent peu préparés à un accroissement subit et

[8] Cela se traduit, dans le programme de Terminale S, par la présentation qui y est suggérée de la fonction exponentielle, en liaison avec les sciences physiques et les SVT. Cela se traduit aussi par l'introduction d'une ouverture à la théorie des graphes en Terminale ES (spécialité), domaine appartenant pleinement aux mathématiques dites « appliquées ».
[9] L'abandon de l'expression quantifiée des propositions relatives aux limites et à la continuité avait peu à peu mené à une situation dans laquelle, par exemple, la notion de limite ne recevait aucune base cohérente – au sens intuitif aussi bien que syntaxique – et la notion de continuité non plus.
[10] Les programmes de seconde incluent des « thèmes d'étude », qui devraient jouer un rôle important dans la préparation aux diverses classes de première ; mais ces thèmes sont trop rarement traités. Et il n'est pas possible de décider, dans les difficultés relatives à la transition 2e-1eS, ce qui viendrait de cette lacune de ce qui vient d'autres facteurs.

important des exigences. Le rapport annexé à la loi d'orientation prend en compte cette difficulté, et propose très clairement un renforcement des horaires de mathématiques en clase de première scientifique.

Les facteurs les plus souvent cités par les enseignants concernent les élèves. D'une part, il est communément rapporté qu'ils ne savent plus effectuer des calculs élémentaires, que les connaissances de base sont mal assurées, quand elles ne manquent pas purement et simplement. D'autre part, la difficulté à « mettre les élèves au travail » est généralement avancée à l'appui de ce discours. Ces deux facteurs, souvent joints, peuvent chez certains professeurs se conjuguer pour soutenir un discours résolument pessimiste.
Nous ne disposons pas d'instruments permettant une étude scientifique et objective des performances des élèves ; de telles affirmations apparaissent trop générales et trop liées à la crise de confiance évoquée ci-dessus pour être prises au pied de la lettre. Nous n'avons pas d'indication réellement fiable justifiant cette baisse des capacités des élèves, mais il est cependant certain que les nouvelles générations entretiennent un rapport différent à l'apprentissage scolaire. Un travail plus spécifique sur le collège et la liaison collège-seconde permettrait peut-être de discerner les marges de progrès susceptibles d'améliorer cette situation.

Les difficultés d'adaptation sont à mettre en rapport avec l'intensité de la formation continue. Les chiffres actuels sont bas. La baisse brutale consécutive à la période 1998/2000 n'a pas été effacée par l'évolution ultérieure. Cependant, les efforts important consentis, notamment par les corps d'inspection, trouvent toujours un écho très favorable, et la demande est indiscutablement présente. Par ailleurs, les initiatives de qualité sont nombreuses, les sites académiques sont de plus en plus fournis et actifs, de plus en plus visités et utilisés. Arrivent sur la toile quantité de documents, inspirés par les programmes actuels et leur esprit, pouvant être utilisés en classe, que ce soit au moyen des TICE ou non.

Des insuffisances subsistent au regard des objectifs affichés, bien que l'évolution soit sensible d'année en année.

La présentation croisée de l'exponentielle par les enseignants des trois disciplines concernées est explicitement proposée. Elle n'est observée que de manière exceptionnelle. La présentation à travers l'équation différentielle n'a pas fait au départ l'unanimité ; dans de très nombreux cas, on a tenté au début de garder la présentation antérieure, avec le logarithme comme primitive de la fonction inverse, et l'exponentielle comme réciproque du logarithme.
Les exercices d'étude de fonctions sous les formes « classiques » que l'on se proposait d'extirper des classes restent nombreux, avec pour motivation le fait que les élèves manquent de pratique pour les calculs correspondants.
Quant à l'ouverture à l'aléatoire et aux statistiques, force est de constater un résultat assez mitigé, l'écriture même des programmes du cycle terminal ayant été en retrait par rapport aux ambitions initiales.
Le seul point de statistique nouveau dans le cycle terminal concerne le test d'adéquation à une loi équirépartie. Cela signifie : comment les mathématiques permettent-t-elles de donner une réponse à la question « ce dé est-il équilibré ? cette pièce est-elle non truquée ? ». L'item présent dans les programmes de terminale propose une approche de ce domaine appartenant à la statistique inductive. D'un côté, le type d'application que l'on peut traiter est en fait assez répétitif, car il n'y a en fait qu'un seul modèle qui puisse être abordé. Ceci devrait rassurer : le contenu est modeste. Mais d'un autre côté, l'importance de cette ouverture n'est pas toujours reconnue sur le terrain, en raison du fait que cet item du programme est assez isolé, et que sa vertu formatrice n'est pas toujours comprise.

Le baccalauréat 2005

En S comme en ES, les élèves ayant choisi la spécialité mathématiques obtiennent toujours *dans les exercices communs* des résultats nettement supérieurs à ceux ayant choisi une autre spécialité.

Dans l'exercice (5 points sur 20) différant pour les deux types de candidats – *obligatoire* ou *spécialité* – la différence n'est pas particulièrement sensible, ce qui témoigne du fait que les sujets n'ont pas été choisis pour avantager l'une ou l'autre option.
L'hypothèse selon laquelle la formation reçue en spécialité expliquerait un tel écart est exclue, car l'enseignement de spécialité est désormais totalement – ou à peu près totalement – déconnecté de l'enseignement obligatoire. Ce grand écart signifie en premier lieu que les élèves se déterminent vers la spécialité mathématique seulement lorsqu'ils se sentent suffisamment à l'aise dans cette discipline.

Ces moyennes relativement basses par rapport à celles qu'obtiennent les candidats dans d'autres disciplines ont sans doute pour effet de faire apparaître les mathématiques comme une discipline exigeante et particulièrement difficile. Il nous faut nous interroger pour l'avenir proche : une telle image est-elle nécessaire, ou bien convient-il de faire en sorte que cette tendance ne se poursuive pas ?

Conclusion

1) L'évolution est bien engagée, assez bien acceptée, mais il reste encore beaucoup d'efforts à accomplir.
2) Les conséquences en ce qui concerne la poursuite d'études dans l'enseignement supérieur ne peuvent pas encore être mesurées, il est trop tôt pour cela. En revanche, les effets sur les classes de terminale même sont déjà visibles dans les classes les plus avancées.
3) Le travail initié en 2004/05 sera poursuivi, en centrant l'objet de l'étude principalement sur les questions ouvertes, qui représentent la partie la moins avancée de l'ensemble des évolutions en cours.
4) Il faut prendre garde à ne pas donner des mathématiques l'image d'une discipline trop difficile, si l'on veut que le nombre des élèves qu'elle attire reste suffisant.

Annexes

1 : Nouvelle définition des épreuves du baccalauréat, séries ES et S. Références et extraits.
2 : Extrait commentés de trois sujets du baccalauréat : 1999, et 2005.
4 : Note de l'Inspection Générale sur les questions ouvertes.

ANNEXE 1

Extraits des notes ci-dessous référencées.

Pour l'épreuve de mathématiques du baccalauréat général, série ES.

Référence :

Note de service N°2003-069 du 29/04/2003 ; BOEN n°19, 8 mai 2003.

Objectifs de l'épreuve :

Evaluer la façon dont les candidats ont atteint les grands objectifs de formation mathématique visés par les programmes :

- acquérir des connaissances et les organiser
- maîtriser la lecture et le traitement de l'information
- savoir lier dans une même démarche observation, imagination, questionnement, synthèse, logique, argumentation et raisonnement mathématique

Recommandations destinées aux concepteurs de sujets

[..] La restitution organisée de connaissances (comme l'exposé d'une question citée en exemple dans le programme), l'application directe de résultats ou de méthodes, l'étude d'une situation conduisant à choisir un modèle simple, à émettre une conjecture, à expérimenter, la formulation d'un raisonnement sont des trames possibles.

Pour l'épreuve de mathématiques du baccalauréat général, série S.

Référence :

Note de service N°2003-070 du 29/04/2003 ; BOEN n°19, 8 mai 2003.

Objectifs de l'épreuve :

Evaluer la façon dont les candidats ont atteint les grands objectifs de formation mathématique visés par les programmes :

- acquérir des connaissances et les organiser
- mobiliser des notions des résultats et des méthodes utiles dans le cadre de la résolution d'exercices
- rendre des initiatives
- comprendre et construire un raisonnement
- mettre en forme un raisonnement mathématique, une démonstration

Recommandations destinées aux concepteurs de sujets

[..] La restitution organisée de connaissances (comme par exemple la rédaction d'une démonstration figurant au programme), l'application directe de résultats ou de méthodes, l'étude d'une situation conduisant à choisir un modèle simple, à présenter ou exploiter des données ou une information, la formulation d'un raisonnement sont des trames possibles.

ANNEXE 2

Les trois extraits de sujets du baccalauréat qui suivent appartiennent à la série S. Ils ont été choisis non pour des caractéristiques particulières qu'ils possèderaient, pour leur qualité ou leur contenu, mais au contraire pour leur représentativité.

Le premier extrait appartient à l'époque antérieure à 2000-2002. Les deux autres sont des sujets 2005. Chaque extrait est suivi d'un commentaire.

Les extraits sont tous relatifs à la partie « analyse » du programme. Il s'agit de mettre en évidence des évolutions, et donc il fallait montrer des textes se rapportant à des contenus comparables. Des textes complets, et parcourant l'ensemble des domaines du programme alourdiraient inutilement ces annexes.

Enfin on a indiqué le nombre des points, pour permettre une comparaison équitable : l'extrait ancien « pèse » nettement plus que les deux extraits récents, qui sont effectivement plus courts.

I. Série S, 1999, extrait. Problème (10 points)

En italique, nous marquons la place d'éléments supprimés, car inutiles à la compréhension.

[*le texte commence par des notations usuelles*].

Partie A

On considère la fonction f, définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\left(1-\frac{1}{x}\right)(\ln x-2)$ et on désigne par $\boldsymbol{C}$ sa courbe représentative [..].

1 : déterminer les limites de f en $+\infty$ et en 0.

2 : montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et calculer $f'(x)$.

3 : soit u la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $u(x)=\ln x+x-3$.

a) Etudier les variations de u.

b) Montrer que l'équation $u(x)=0$ possède une solution unique α dans l'intervalle $[2,3]$. Montrer que l'on a $2{,}20<\alpha<2{,}21$

c) Etudier le signe de $u(x)$ sur $]0,+\infty[$.

4 :

a) Etudier les variations de f.

b) Exprimer $\ln\alpha$ comme polynôme en α. Montrer que $f(\alpha)=-\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$.

En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 2.10^{-2}.

5 :

a) Etudier le signe de $f(x)$

b) Tracer $\boldsymbol{C}$.

Partie B

Soit F la primitive de f sur $]0,+\infty[$ qui s'annule pour $x=1$. [*notations*]

1 :

a) Sans calculer F, étudier ses variations sur $]0,+\infty[$.

b) Que peut-on dire des tangentes à la courbe représentative de F en ses points d'abscisse 1 et e^2 ?

2 : Calcul de $F(x)$.

a) Calculer l'intégrale $\int_1^x \ln t\,dt$ (on pourra faire une intégration par parties).

b) Montrer que, pour tout x strictement positif, $f(x)=\ln x-\dfrac{\ln x}{x}+\dfrac{2}{x}-2$

c) En déduire l'expression de $F(x)$ en fonction de x.

3 :

a) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0}(x\ln x)=0$. En déduire la limite de F en 0.

b) Montrer que, pour tout x strictement supérieur à 1, $F(\mathrm{x})=x\ln x\left(1-\dfrac{1}{2}\dfrac{\ln x}{x}+\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{\ln x}\right)+3$. En déduire la limite de F en $+\infty$.

c) Dresser le tableau de variations de F. [*suit le calcul d'aire final*].

Commentaires.

La fonction u sert de fonction auxiliaire pour trouver le signe de la dérivée ; cela permet en principe à chacun de rectifier une éventuelle erreur de calcul dans l'expression de cette dérivée. Bien que ce calcul soit élémentaire, il est jugé qu'une erreur dans ce calcul compromettrait le travail du candidat et serait en conséquence chargée d'un poids trop élevé. On cherche aussi à éviter la critique selon laquelle la possession de calculatrices formelles avantagent leurs possesseurs : de telles machines résolvent une grande partie de ce problème.
Le passage de 3c) à 4a) est typique de ce genre de construction.

La question 4b) est un « truc » qui, à force d'apparaître dans de tels problèmes, était devenu une sorte de pont aux ânes. Le résultat ne présente aucun intérêt particulier relativement à l'objectif déclaré du problème ; son arrière plan mathématique est totalement hors de portée à ce niveau. Cependant on a pris l'habitude de poser ce genre de questions car c'est un petit travail sans risque, même s'il ne sert à rien.

En partie B on retrouve les mêmes habitudes de construction du sujet : le calcul de la primitive, s'il est demandé « sec », engendrera de nombreuses erreurs, et les élèves qui se trompent ne peuvent aborder les calculs suivants. La difficulté est en conséquence découpée en étapes, et pour couper court à toute difficulté, on donne purement et simplement le résultat final à la question 3b).

Deux questions sont à signaler :

La question A 5° a) (signe de f) demande un début timide d'initiative, car l'expression donnée est déjà un peu lointaine, et l'élève doit donc s'y référer et analyser sans indication le signe du produit.
La question B 1° a) exige une réponse « sans calcul », ce qui est en soi une difficulté. Là aussi on attend un début d'initiative pour utiliser le lien entre sens de variation d'une primitive de f et signe de f. Mais aussitôt, en B 1° b), les distraits pourront reprendre pied car les deux valeurs proposées, 1 et e^2, sont justement les points de changement de signe de f, et donc les résultats essentiels qui viennent d'être utilisés à la question immédiatement précédente.

Ce problème permet de valider certaines connaissances : formules donnant les dérivées de certaines fonctions simples, utilisation des résultats obtenus en étudiant les variations d'une fonction pour mettre en évidence une racine d'équation, acquisition de techniques très spécifiques et employées dans un cadre rassurant car sans surprise.

II. Session de remplacement 2005, extrait (7 points)

PartieA

La fonction *f* est définie sur l'intervalle $[0,+\infty[$ par $f(x)=(20x+10).\exp\left(-\frac{1}{2}x\right)$.

On note ***C*** la courbe représentative de la fonction *f* dans un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Étudier la limite de la fonction *f* en $+\infty$.
2) Étudier les variations de la fonction *f* et dresser son tableau de variation.
3) Établir que l'équation $f(x)=10$ admet une unique solution α strictement positive dans l'intervalle $]0,+\infty[$. Donner une valeur approchée de α à 10^{-3} près.
4) Tracer la courbe ***C***.
5) Calculer l'intégrale $I=\int_0^3 f(t)dt$

Partie B

On note $y(t)$ la valeur, en degrés Celsius, de la température d'une réaction chimique à l'instant *t*, *t* étant exprimé en heures. La valeur initiale, à l'instant $t=0$, est $y(0)=0$

On admet que la fonction qui, à tout réel *t* appartenant à l'intervalle $[0,+\infty[$ associe $y(t)$ est solution de l'équation différentielle (**E**) : $y'+\frac{1}{2}y=20e^{-(1/2)t}$.

1) Vérifier que la fonction étudiée dans la partie A est solution de l'équation différentielle (**E**) sur l'intervalle $[0,+\infty[$.
2) On se propose de démontrer que cette fonction *f* est l'unique solution de l'équation différentielle (**E**), définie sur $[0,+\infty[$, qui prend la valeur 10 à l'instant 0..
   a) On note g une solution quelconque de l'équation différentielle (**E**), définie sur $[0,+\infty[$, vérifiant $g(0)=10$. Démontrer que la fonction $g-f$ est solution, sur l'intervalle $[0,+\infty[$, de l'équation différentielle (**E'**) : $y'+\frac{1}{2}y=0$.
   b) Résoudre l'équation différentielle (**E'**).
   c) Conclure.
3) Au bout de combien de temps la température de cette réaction chimique redescend-elle à sa valeur initiale ? Le résultat sera arrondi à la minute.
4) La valeur θ en degrés Celsius de la température moyenne de cette réaction chimique durant les trois premières heures est la valeur moyenne de la fonction *f* sur l'intervalle [0,3]. Calculer la valeur exacte de θ, puis en donner la valeur approchée décimale, arrondie au degré.

Commentaires

Cet exemple illustre l'évolution consistant à proposer des problèmes dont l'origine est extérieure aux mathématiques.

La partie « étude d'une fonction » est courte et réduite à la mise en œuvre des mécanismes fondamentaux. On constatera qu'en échange, le candidat ne reçoit que peu d'aide, et qu'aucun résultat n'est donné.

La partie illustrant un phénomène chimique contient (questions 2 a-b-c) un élément qui s'apparente à la restitution organisée de connaissances. Les dernières questions sont très volontairement rédigées dans un langage appartenant au contexte externe et non à celui propre aux mathématiques.

Cette manière d'approcher des applications des mathématiques a été parfois contestée car les mises en situation ne sont pas toujours d'un niveau irréprochable. La limitation induite par les programmes contribue à ces faiblesses.

Ne voulant pas prêter à la critique selon laquelle l'épreuve deviendrait de fait une épreuve de sciences physiques, la partie « modélisation » est nécessairement donnée (cf introduction de la partie B). ceci ouvre une autre voie à la critique : pourquoi alors parler de mises en situation physique (ou chimique) si l'on ne peut demande au candidat d'effectuer lui-même la mise en modèle ? Cette mise en scène ne va-t-elle pas être un simple décor, les élèves apprenant bien vite à ne lire que ce qui concerne effectivement les mathématiques ?

Seuls les résultats sur une période suffisante diront si ces efforts permettent une meilleure assimilation globale de l'ensemble des disciplines scientifiques, s'ils permettent de faire émerger des étudiants en sciences (qu'ils soient mathématiciens ou spécialistes d'une autre discipline) plus à même d'enrichir leur travail par les « ponts » que l'on peut jeter entre des questions apparemment sans lien. C'est en tout cas l'objectif poursuivi.

III. Nouvelle Calédonie 2005, extrait (6 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(0;\vec{i},\vec{j}\right)$.
Soit *f* la fonction définie sur l'intervalle $\left]-1,+\infty\right[$ par $f(x)=x^2-2{,}2x+2{,}2\ln(x+1)$.
1 Faire apparaître sur l'écran de la calculatrice graphique la courbe représentative de cette fonction dans la fenêtre $-2\le x\le 4$; $-5\le y\le 5$.
Reproduire sur la copie l'allure de la courbe obtenue grâce à la calculatrice.
2 D'après cette représentation graphique, que pourrait-on conjecturer :

a. Sur les variations de la fonction f ?

b. Sur le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$?

3 On se propose maintenant d'étudier la fonction f.

a. Étudier le sens de variation de la fonction f.

b. Étudier les limites de la fonction f en -1 et en $+\infty$, puis dresser le tableau de variations de f.

c. Déduire de cette étude, en précisant le raisonnement, le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$.

d. Les résultats aux questions 3.a. et 3.c. confirment-ils les conjectures émises à la question 2 ?

4 On veut représenter, sur l'écran d'une calculatrice, la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $\left[-0{,}1\ ;\ 0{,}2\right]$, de façon à visualiser les résultats de la question 3.

a. Quelles valeurs extrêmes de l'ordonnée *y* proposez-vous pour mettre en évidence les résultats de la question 3.c. dans la fenêtre de votre calculatrice ?

b. Á l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée par défaut à 10^{-2} près de la plus grande solution α de l'équation $f(x)=0$.

5 Soit *F* la fonction définie sur l'intervalle $\left]-1,+\infty\right[$ par

$$F(x)=\frac{1}{3}x^3-1{,}1x^2-2{,}2x+2{,}2(x+1)\ln(x+1)$$

a. Démontrer que *F* est une primitive de *f* sur l'intervalle $\left]-1,+\infty\right[$.

b. Interpréter graphiquement l'intégrale $\int_0^{\alpha} f(x)dx$

c. Calculer $\int_0^{\alpha} f(x)dx$ et exprimer le résultat sous la forme $b\alpha^3+c\alpha^2$ (*b* et *c* réels).

Commentaires.

La part dévolue à l'utilisation de la calculatrice est particulièrement renforcée ; l'étude commence par une visualisation, avant d'effectuer les premiers raisonnements relatifs à la fonction étudiée.
Cette visualisation mène à une question demandant de formuler des conjectures sur la fonction ; la fenêtre graphique est telle que, compte tenu de la définition d'écran des calculatrices actuelles, la « bosse » présente sur la représentation graphique devient imperceptible. Toutes ces conjectures ne seront pas nécessairement exactes. Cet exercice est donc l'occasion pour le candidat de montrer une capacité à mettre en question les résultats qu'il observe.

Par ailleurs, le résultat demandant *a priori* le plus de savoir-faire technique, savoir-faire qu'une calculatrice formelle suppléerait, est simplement donné et il est seulement demandé de dériver la fonction donnée pour primitive : ainsi l'on vérifie (une deuxième fois, il est vrai) les capacités en calcul de dérivée, ainsi que la connaissance de la notion de primitive, en évitant à la fois une difficulté trop grande (ce qui serait le cas si le résultat n'était pas donné) et un avantage significatif aux candidats pourvus de calculatrices formelles.

Plusieurs questions, enfin, sont données sous la forme interrogative, ce qui leur confère un caractère relativement ouvert.

Les questions ouvertes

Qu'est-ce qu'une question ouverte ?

Une question ouverte peut être définie comme une question :

- pour la résolution de laquelle aucune démarche n'est proposée ;
- pour laquelle plusieurs stratégies de résolution sont possibles ;
- donc, pour laquelle une marge d'initiative est laissée à l'élève.

A priori, la réponse à une question ouverte n'est pas donnée dans le texte ; néanmoins, le fait de donner, dans le texte, la réponse à la question posée ne « ferme » pas forcément cette question, dans le cas où aucune approche n'est proposée.

Qu'apportent les questions ouvertes en formation ?

La pratique de questions ouvertes en formation a pour but essentiel de favoriser la prise d'initiative et la démarche de recherche des élèves. Elle peut conduire à la mise en place de véritables démarches expérimentales (conjectures, essais, validation), avec ou sans utilisation de moyens informatiques ou d'une calculatrice (géométrie dynamique, tableur, calcul formel).

La pratique, en formation, de la résolution de questions ouvertes est indispensable à l'acquisition, par les élèves, du sens même de la démarche mathématique : mobiliser les connaissances acquises, faire travailler son imagination, formuler des hypothèses et mettre en place des méthodes de validation, enchaîner les étapes d'un raisonnement, mettre en forme une démonstration, … De plus, cette pratique donne aux élèves le goût de la recherche, développe leur motivation pour les mathématiques par le plaisir que ces recherches leur procurent. Les expériences menées, ici et là, montrent qu'un élève, jugé bon élève de terminale S dans le cadre d'une préparation aux épreuves traditionnelles du baccalauréat, peut être démuni devant la multiplicité des approches qu'offre, par définition, une question ouverte. Or, pour poursuivre dans de bonnes conditions des études scientifiques, il aura besoin des qualités d'imagination et de prise d'initiative que développe la pratique des questions ouvertes.

Que peut apporter l'évaluation des questions ouvertes ?

Si l'on admet que l'acquisition, par les élèves scientifiques, de la démarche mathématique passe par la résolution de questions ouvertes, il est indispensable que l'évaluation comprenne ce type de questions car elles mettent en jeu des compétences non évaluées dans les évaluations « traditionnelles ». De plus, l'évaluation pilote, de fait, la formation et permet aux enseignants de mieux cibler les difficultés rencontrées par les élèves.

Comment poser des questions ouvertes au baccalauréat et comment les évaluer ?

La démarche engagée est une démarche à moyen terme. Dans un premier temps, on peut envisager une, au plus deux, questions ouvertes dans un sujet de baccalauréat. Il est indispensable qu'un certain nombre de conditions soient remplies :

- une question ouverte ne doit pas bloquer l'élève dans l'exercice où elle est insérée : il semble donc pertinent de la poser en fin d'exercice ;
- la difficulté d'une question ouverte doit être bien mesurée ;
- les réponses partielles, les tentatives infructueuses doivent être portées sur la copie et évaluées : pour cela, des consignes claires doivent être données aux candidats et aux correcteurs ;

La note de service du 29 avril 2003 (publiée au B.O. n° 19 du 8 mai 2003) définit les objectifs de l'épreuve au baccalauréat S :

Évaluer la façon dont les candidats ont atteint les grands objectifs de la formation mathématique visés par le programme de la série S :

- *acquérir des connaissances et les organiser,*

- *mobiliser des notions, des résultats et des méthodes utiles dans le cadre de la résolution d'exercices,*
- *prendre des initiatives,*
- *comprendre et construire un raisonnement,*
- *mettre en forme un raisonnement mathématique, une démonstration.*

Elle donne des indications sur la notation :

- *les correcteurs ne manifesteront pas d'exigences de formulation démesurées et prêteront une attention particulière aux démarches engagées, aux tentatives pertinentes, aux résultats partiels.*
- *Les concepteurs de sujets veilleront, dans l'attendu des questions et les propositions de barème, à permettre aux correcteurs de prendre réellement et largement en compte la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements, la cohérence globale des réponses dans l'appréciation des copies. Les copies satisfaisantes de ce point de vue devront être valorisées.*

Ces indications concernent, tout particulièrement, les exercices comportant une question ouverte pour laquelle une notation en référence à une solution type attendue devient impossible. La commission académique d'entente doit donc donner des consignes pour la prise en compte des aptitudes montrées par le candidat, indépendamment de la stratégie qu'il a choisie, même s'il n'a pas abouti.

On peut envisager, dans l'avenir, qu'un sujet de baccalauréat comporte un exercice ouvert (c'est-à-dire un exercice qui serait constitué d'une seule question ouverte). Un tel exercice, noté sur 3 points, aurait pour but de valoriser les excellents candidats, trop souvent brimés par la forme convenue des sujets traditionnels et les méthodes étriquées de notation. Pour l'instant, on se bornera à une ou deux questions ouvertes dans un sujet.