Indicateurs de dispersion

Dans la suite, n désigne un entier naturel non nul et $(x_1, \ldots\ldots, x_n)$ un n –uplet de réels.

On définit sur $\mathbb{R}$ les deux fonctions G et L par : $G(x) = \sum_{i=1}^{n} (x - x_i)^2$ et $L(x) = \sum_{i=1}^{n} |x - x_i|$

1. **Minimisation de *G***
   1.1. En écrivant $G(x)$ sous la forme d'un trinôme du second degré, démontrer que la fonction G admet un minimum sur $\mathbb{R}$ et indiquer pour quelle valeur de x il est atteint.
   1.2. Que représente d'un point de vue statistique la valeur de x trouvée à la question 1.1 ?
   1.3. On se place dans $\mathbb{R}^n$, espace affine euclidien muni du produit scalaire usuel. Comment peut – on interpréter la fonction G en terme de distance euclidienne ? Comment peut – on alors retrouver le résultat de la question 1.1

2. **Minimisation de *L***
   On supposera dans cette question que la série est ordonnée, c'est–à–dire que :
   $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$.
   2.1. Démontrer que la fonction L admet un minimum m sur $\mathbb{R}$ et indiquer pour quelle(s) valeur(s) de x il est atteint.
   On distinguera les cas n pair et n impair.
   2.2. Que représentent d'un point de vue statistique les valeurs de x trouvées à la question 2.1 ?

3. Dans les deux premières questions, on a déterminé les variations d'une fonction d'une variable réelle.
   3.1. Donner la définition d'une fonction croissante sur $\mathbb{R}$ au niveau lycée.
   3.2. Donner plusieurs méthodes permettant de déterminer les variations d'une fonction au niveau lycée.