1 Situation

Un exercice classique (présent notamment dans les sujets de bacc de ES) : une fonction f est la forme

$$x \longmapsto (a\,x + b)\exp\left(u(x)\right)$$

la fonction u étant donnée. Déterminer a et b de façon à ce que la courbe de f passe en un point indiqué avec une pente donnée.

2 Objectif

Visualiser la situation, redonner un sens concret à ce type d'énoncé.

3 Énoncé

Soient a et b deux réels et f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (a\,x + b)\,\mathrm{e}^{-x+1} - 1$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère donné.

1. Construire les objets ainsi définis dans une feuille geogebra.
2. Avec geogebra, vous chercherez s'il semble exister des valeurs de b telle que $\mathscr{C}_f$ admette en son point B d'abscisse 1 une tangente de coefficient directeur égal à -3.
3. Semble-t-il exister des valeurs de a et b telles que $\mathscr{C}_f$ admette au point $A\,(1;0)$ une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -3x$?
4. b étant fixé égal à 3, déterminer sur la feuille geogebra un point appartenant à toutes les courbes des fonctions f', a décrivant $\mathbb{R}$.

4 Notions travaillées

1. Dérivation.
2. Notion de tangente à une droite.
3. "Contraintes" sur les coordonnées d'un point pour qu'il appartienne à une courbe.
4. Lien entre tangentes à $\mathscr{C}_f$ et courbe $\mathscr{C}_{f'}$.

5 Quelques résultats pour les preuves

$$f(x) = (a\,x + b)\,\exp(-x+1) - 1$$

$$f(1) = a + b - 1 \qquad f(1) = 0 \Longleftrightarrow b = 1 - a$$

$$f'(x) = (-a\,x - b + a)\,\exp(-x+1)$$

$$f'(1) = -b \qquad f'(1) = -3 \Longleftrightarrow b = 3$$

$$\mathscr{C}_f \text{ admet une tangente de coeff dir } -3 \text{ en } B \Longleftrightarrow (a;b) = (-2;3)$$