

GeoGebra entre cour de récréation et feuille de papier : illustration avec le concept de cercle au cycle 3

Cécile BOMBRUN-NIGON

Formatrice permanente, IREM de Lyon
ESPé LYON, centre de Saint-Etienne
Cecile.bombrun@univ-lyon1.fr

René THOMAS

Formateur permanent, IREM de Lyon
ESPé LYON, centre de Saint-Etienne
rene.thomas@univ-lyon1.fr

Résumé

Une expérimentation a été réalisée en classe de CM1. Celle-ci a pour objectif d'étudier en quoi le travail dans les différents espaces (Artigue, 1982) et en particulier dans le méso-espace et dans l'environnement informatique, permet aux élèves de modifier leur regard sur une figure et de favoriser ainsi la déconstruction dimensionnelle des formes (Duval, Godin, 2005). La construction du concept de cercle a servi de support à cette expérimentation. L'expérimentation s'est déroulée en trois temps : dans la cour de récréation, dans la classe papier-crayon pour un retour réflexif sur la situation proposée dans la cour et dans l'environnement Geogebra.

Dans la perspective de « l'entrée de l'école dans l'ère numérique », nous nous sommes questionnés sur la place du logiciel de géométrie dynamique. Quel rôle peut avoir un logiciel de géométrie dynamique dans l'apprentissage des objets géométriques théoriques pour des élèves de cycle 3 ? Comment l'intégrer dans une progression en articulant des activités dans différents espaces ?

Tout d'abord, nous allons préciser le cadre dans lequel s'est déroulée notre expérimentation. Nous avons été sollicités par une maitre formatrice à la suite d'une intervention en formation continue sur le thème de la géométrie au cycle 3 qui s'était déroulée au mois d'octobre. Elle a décidé de proposer un travail avec le logiciel tout au long de l'année. Elle avait en charge, cette année, une classe de CM1 de 26 élèves de niveau hétérogène. Elle disposait dans la classe :

- Du vidéo-projecteur de l'école qu'elle réservait pour les séances, couplé à son portable.
- De quatre ordinateurs fixes au fond de la salle de classe et de deux ordinateurs portables.



Le travail se déroulait en binôme dans le cadre d'ateliers sur la semaine et sur des temps collectifs de mise en commun ou de recherche. La durée des séances était de 40 à 45 minutes. En début d'année, les élèves ont commencé à travailler avec la version GeoGebraPrim qu'ils pouvaient utiliser en « libre service » dans la classe lorsqu'ils avaient fini un travail ou sur le temps de l'étude. Certains parents ont fait la demande pour installer le logiciel à la maison.

Voici la progression établie par Sophie Lefèvre, professeur des écoles, responsable de la classe :

Objectifs et compétences travaillés lors des ateliers mis en place sur la période de fin octobre à fin décembre :

S'approprier un logiciel de géométrie dynamique

Faire évoluer les représentations mentales des élèves

Comprendre l'intérêt de hiérarchiser ses constructions

Utiliser, comprendre, réinvestir le vocabulaire géométrique vu en classe : polygone, quadrilatères (carré, rectangle...), triangles, segment, droite, droite perpendiculaire, droite parallèle, angle droit, milieu d'un segment....

Tracer des droites perpendiculaires et parallèles ; une figure simple à partir de consignes ou d'un programme ou protocole de construction

Reproduire une figure complexe en utilisant les propriétés et les relations

Construire un programme ou protocole de construction à partir d'une figure imposée en utilisant le vocabulaire adapté, en ordonnant les étapes.

1 Présentation et analyse des situations retenues

Nous avons choisi trois expérimentations, une dans la cour avec un retour réflexif en classe et deux dans l'environnement informatique. La première expérimentation s'est déroulée le mardi 2 avril. Elle s'est déroulée dans la cour de l'école. La deuxième le 18 avril. C'est une reprise de ce qui a été fait dans la cour mais sur l'écran d'ordinateur. La dernière est la situation que nous avons proposée en introduction à l'atelier, « Le cercle et les cercles ». Nous n'avons pas fait d'expérimentation dans le micro-espace avec comme support la feuille de papier. En effet Sophie Lefèvre a été remplacée par une étudiante M2 au mois de mars. Celle-ci a fait la leçon sur le cercle. Un affichage était présent dans lequel était défini le vocabulaire lié au cercle et la propriété « ensemble des points à égale distance du centre ». L'étudiante avait proposé des situations papier/crayon.

1.1 Dans la cour

Nous avons choisi une situation volontairement ouverte pour laisser aux élèves l'initiative de la méthode de résolution.

1^{ère} expérimentation :

Lieu : dans le méso-espace, cour de récréation.

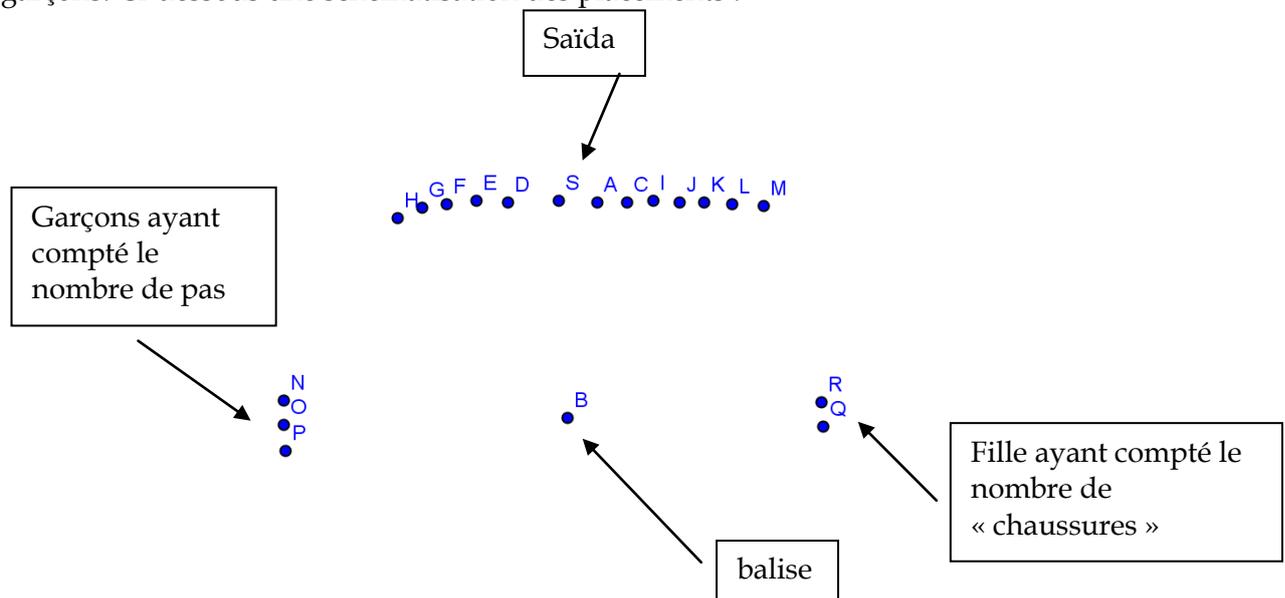
Matériel : une balise. Matériel caché dans un sac : ficelle, craie, décimètre.

Déroulement : nous plaçons la balise à un endroit quelconque de la cour. Nous demandons à une élève, Saïda, de se placer à une distance pas trop éloignée de la balise.

Consigne pour les autres élèves : « vous devez vous placer à la même distance de la balise que Saïda ».

L'objectif était d'observer si les élèves étaient capables de mobiliser la propriété qu'ils avaient énoncée 3 semaines plus tôt dans un nouvel espace de travail. Nous pensions qu'une majorité se placerait en ligne droite à côté de Saïda. Autre placement possible : aux quatre points cardinaux relativement à Saïda.

Les élèves se dispersent. Certains vont directement se placer à côté de Saïda. D'autres comptent le nombre de pas entre Saïda et la balise et se placent malgré tout à côté d'elle mais trois élèves vont se placer différemment. Enfin une fille compte le nombre de fois où elle met ses chaussures bout à bout et va se placer diamétralement opposé au groupe de trois garçons. Ci-dessous une schématisation des placements :





Nous constatons que les placements anticipés se sont retrouvés sur le terrain. On peut cependant noter que tous les élèves se sont placés dans le demi-plan contenant Saïda.

Nous avons ensuite interrogé certains élèves :

- Un élève placé dans la position K de la schématisation n'a pas su expliquer pourquoi il s'était placé à cet endroit et pensait malgré tout que O,N ET P était eux aussi bien placés
- Un élève placé dans la position K de la schématisation à répondu : « je me suis un peu arrondi parce si on se met tous en ligne et bien par exemple si on se met là bas (il montre du doigt une position sur la ligne mais éloignée de Saïda) ça fera 31 pas alors que Saïda ça fait 6 pas » un élève à côté complète : « il faut faire un cercle »
- Un élève placé dans la position N de la schématisation : « si on se met sur la ligne ça va pas, normalement ça fait un rond autour »

On peut donc conclure que certains élèves comprennent que la droite ne peut pas convenir mais qu'ils hésitent à se placer à un endroit quelconque même si celui-ci se trouve bien à la même distance. Ceci peut peut-être s'expliquer que dans les activités papier/crayon les directions horizontale et verticale sont très présentes et influencées par les quadrillages de la feuille.

Après cette première mise en commun, nous leur avons demandé de retourner vers la balise et de se mettre de nouveau à la même distance que Saïda en s'espçant le plus régulièrement possible.



Nous leur avons demandé ensuite comment vérifier si tout le monde est à la même distance de la balise que Saïda. Voici les différentes propositions des élèves :

- Un grand compas comme en classe
- Une grande forme ronde.
- Mettre des règles de tableau bout à bout pour mesurer. Cette proposition a engendré la suivante.
- Un décimètre. Nous pensions que l'élève allait mesurer la distance entre les élèves et la balise mais il a fait le tour de ces camarades avec le décimètre pour voir si la forme obtenue était ronde. Le décimètre s'est révélé trop court pour faire le tour de tout le monde (décimètre déroulé sur le sol visible sur la photo précédente)
- Un autre élève a proposé d'utiliser le décimètre autrement et a commencé à mesurer la distance entre chaque enfant et la balise mais la procédure lui a semblé trop longue.
- Un autre élève a demandé de la ficelle. Il a fait le tour de ces camarades avec la ficelle. Nous lui avons demandé si maintenant on pouvait être sûr d'être bien positionné. Les autres ont répondu non car le cercle n'était pas rond !
- Un élève a alors proposé d'attacher le ficelle à la balise de tendre la ficelle jusqu'à Saïda et de tourner autour de la balise pour vérifier si tout le monde était bien à la bonne distance. Nous lui avons ensuite proposé de mettre une craie au bout de sa ficelle pour garder la trace de son déplacement.



Une fois le cercle tracé, nous avons demandé aux élèves de revenir vers la balise et de se mettre à nouveau à la même distance de Saïda le plus rapidement possible. Certains élèves ont encore mesuré les pas mais d'autres sont allés se placer directement sur le cercle tracé à la craie.

Pour terminer cette séance dans la cour, nous avons séparé la classe en trois groupes. Chaque groupe devait tracer un cercle autour d'un poteau de basket puis dans un deuxième temps, bloquer la ficelle tourner autour du poteau en traçant au sol la forme obtenue dans ce déplacement. Les élèves ont pu observer qu'ils obtenaient un escargot que l'on a appelé spirale. Quand on leur a demandé pourquoi on n'obtenait pas de cercle, les élèves ont dit que la ficelle était bloquée. Ils sont restés sur la cause matérielle. Nous avons du nous même précisé que si la ficelle était bloquée cela entraînait une diminution de sa longueur à chaque tour et donc que la distance entre le poteau et la craie diminuait donc à chaque tour la craie n'était pas à la même distance du centre.

Cette dernière activité a posé des problèmes d'interprétation et il faudra envisager une autre mise en œuvre l'année prochaine. Nous verrons dans les écrits produits lors du retour en classe ce que les élèves en ont retenu.



La séance s'est terminée au moment de la récréation, elle a donc duré de 13h30 à 15h00.

1.2 Retour réflexif

Après la récréation, la professeure leur a demandé :

Est-ce que la séance dans la cour vous a plu ?

Est-ce que vous pensez avoir fait des mathématiques ?

Ecrire ce que vous avez retenu de la séance dans la cour.

Tous sauf un ont aimé la séance dans la cour. Tous ont dit avoir fait des mathématiques.

Pour le dernier point, certains ont fait des schémas d'autre des textes.

Les schémas peuvent être classés en trois groupes :

- Les élèves qui ont essayé de représenté la réalité (annexe 1)
- Les élèves qui ont schématisé la réalité (annexe 2)
- Les élèves qui ont utilisé des instruments de géométrie pour schématiser la réalité. (annexe 3)

Les textes produits décrivent ce qui a été fait concrètement dans la cour (annexe 4)

On peut noter que pour la dernière activité, aucune production n'explique pourquoi on a obtenu une spirale, ce qui confirme le fait d'envisager une autre mise en œuvre l'année prochaine.

1.3 1^{ère} activité avec GeoGebra

« L'environnement informatique est un environnement nouveau pour manipuler les objets et les relations géométriques, en complément de la feuille de papier et de la cour de récréation » (Soury-Lavergne, 2011).

La possibilité de manipuler la figure facilite l'exploration qui permet de mettre en évidence les propriétés de la figure afin de produire la solution du problème posé. Le mouvement permet d'obtenir des rétroactions porteuses d'informations pour la résolution, pour la validité de la stratégie sans l'intervention de l'enseignant. Ceci favorise l'autonomie de l'élève dans la recherche du problème.

Les deux activités pourraient être mise en œuvre avec n'importe lequel des logiciels de géométrie dynamique en usage dans le secondaire. Le choix de Geogebra s'est fait en dès nos premiers échanges avec l'enseignante, Geogebra s'était imposé en tant que logiciel libre (des familles ont pu installer le logiciel à la maison) et multi-plateforme (la maîtresse utilise régulièrement son MacBook dans la classe). L'enseignante s'était déjà intéressée à la version GeoGebraPrim adaptée à un usage à l'école qui était à l'époque téléchargeable sur le site www.geogebra.org, l'information avait été diffusée dans certaines circonscriptions. Ainsi les élèves ont commencé leur travail avec cette version allégée, le passage à la version complète GeoGebra 4... s'est fait en cours du deuxième trimestre sans difficulté pour les élèves qui n'ont pas été perturbés par l'excès de fonctionnalités.

Les élèves sont répartis en trois groupes qui passeront à tour de rôle, par binômes, sur les ordinateurs. L'énoncé que nous avons choisi est très proche de celui choisi dans le méso-espace. La propriété mathématique visée était la même.

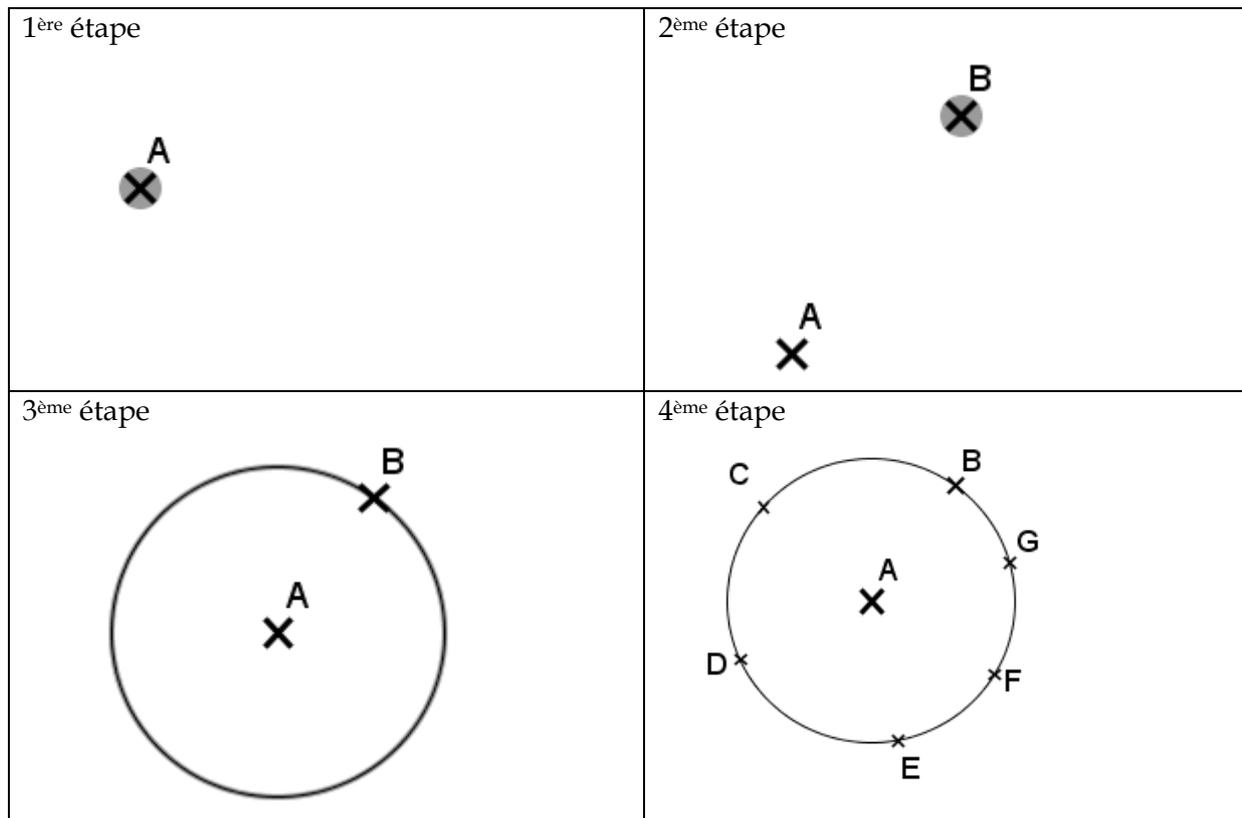
Consigne pour les binômes :

- placer un point A à peu près au centre de l'écran.
- Placer un point B n'importe où sur l'écran.
- Placer 5 points qui soient tous à la même distance de A que le point B.
Lorsque vous pensez avoir réussi, vous enregistrer votre travail et vous vous préparer à exposer votre méthode à la classe.

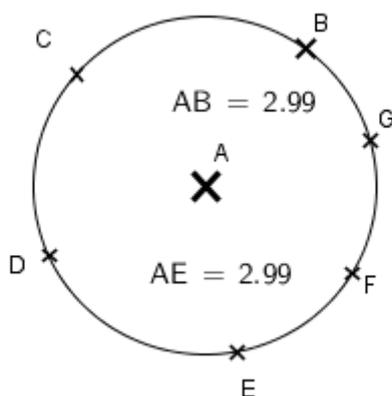
Nous avons anticipé plusieurs procédures :

- Les élèves placent visuellement des points qui semblent à la même distance.
- Les élèves font afficher la distance AB puis placent un point C, font afficher la distance AC et ajustent en déplaçant le point. Nous ne pensons pas que les élèves vont effacer le point s'il n'est pas à la bonne distance et recommencer avec un autre point, la professeure ayant constaté que les élèves ont bien intégré la notion de déplacement.
- Les élèves tracent le cercle de centre B passant par A puis placent cinq points sur ce cercle.
- Les élèves tracent le cercle de centre A passant par B et placent cinq points sur ce cercle.

Nous avons constaté avec étonnement que tous les binômes sauf un ont produit la procédure suivante :

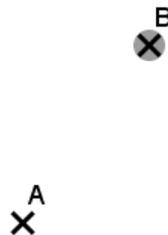
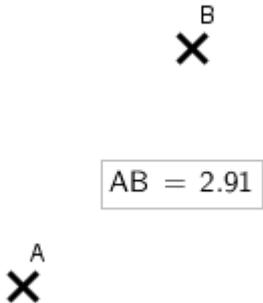
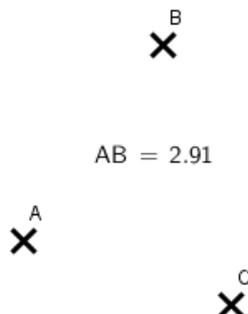
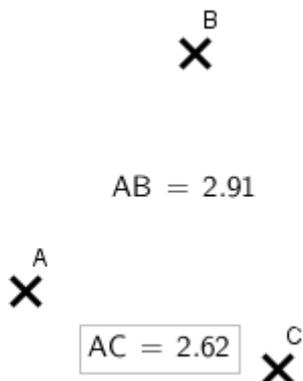
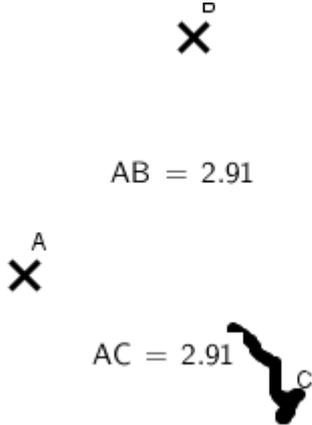


Certains élèves ont senti le besoin de vérifier et ont fait afficher la distance du centre aux points



On peut se demander s'ils avaient des doutes sur leur procédure ou s'ils voulaient montrer qu'ils connaissaient d'autres commandes du logiciel.

Un seul binôme a procédé de la façon suivante :

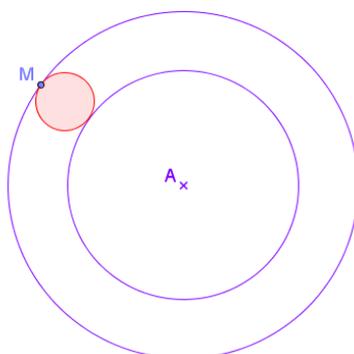
<p>1^{ère} étape</p> 	<p>2^{ème} étape</p> 
<p>3^{ème} étape</p> 	<p>4^{ème} étape</p> 
<p>5^{ème} étape</p> 	<p>6^{ème} étape</p> 

Sans le vouloir, lors de la mise en commun, l'élève a activé le mode « trace » du point qu'il déplace. Cela a permis de garder la trace de la procédure utilisée. Il fait cette même démarche pour les quatre autres points. Une élève fait la remarque que c'est comme dans la cour (on ajuste sa position). Lorsque la professeure propose de tracer le cercle de centre A passant par B pour retrouver la procédure des autres binômes, les autres élèves commentent : « ça va forcément marcher ». Tous semblent convaincus que les points, puisqu'ils sont à la même distance de A que le point B, seront sur le cercle de centre A passant par B. Nous pensons que nous pouvons voir dans ce commentaire la trace d'un apprentissage car les élèves sont capables de faire le lien entre être à la même distance de A et être sur le cercle de centre A

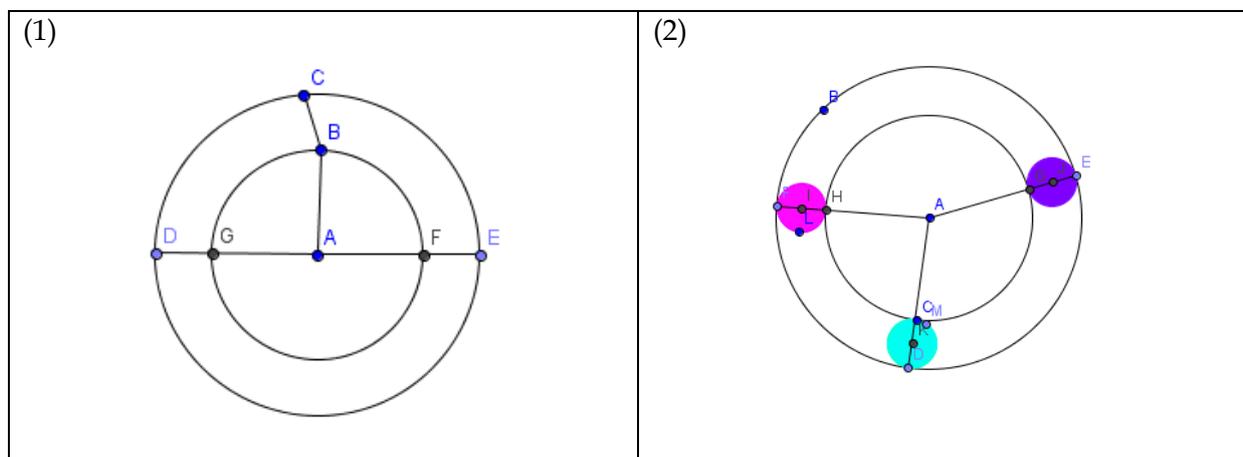
La professeure fait remarquer que ce n'est pas la procédure la plus rapide et que ce n'est pas une figure robuste par contre l'élève a bien placé 5 points à la même distance de A que le point B.

1.4 2^{ème} activité avec GeoGebra

La maîtresse projette la figure animée, avec le disque de couleur qui tourne dans la couronne en lançant une animation sur le point M. Elle annonce que nous leur avons préparé un défi ce qui mobilise aussitôt les élèves.



Cette activité était proposée en CM2 dans l'ouvrage ERMEL. Le descriptif de la situation d'origine est celui détaillé dans la partie II. L'objectif de ce problème pour chercher était de vérifier si les élèves restaient sur une vision 2D de la figure et s'ils étaient capables de mettre en œuvre une procédure de résolution basée sur la recherche des propriétés de la figure. Nous avons pu observer les mêmes erreurs que celles présentées dans la situation d'introduction. Nous n'avons pas pu être présents aux séances mais quand nous avons rencontré la maîtresse nous avons pu ouvrir les fichiers des élèves et constater l'avancement des projets. Certains pas encore terminés (1), d'autres très aboutis (2).



1 Conclusion

Cette expérimentation a permis de montrer que le travail dans différents espaces permettait de construire une géométrie qui prend du sens pour les élèves. Ceux-ci ont été capables de faire le lien entre ce qu'ils ont vécu dans la cour et la première activité avec le logiciel de géométrie dynamique. Dans la deuxième activité avec GeoGebra les élèves ont expérimenté, testé, validé leur procédure sans l'intervention de l'enseignante. C'est dans la pratique de classe de se donner du temps, de laisser aux élèves le temps de rentrer dans les apprentissages. Les moments de mise en commun avec le vidéoprojecteur sont des moments importants pour faire le point sur ce qui a été trouvé et pour relancer la recherche. Nous

pouvons donc nous positionner pour une intégration de la géométrie dynamique pour proposer une géométrie non statique libérée de l'angoisse de la figure bien faite pointée lors de la conférence d'ouverture et de la leçon bien structurée que l'on affiche dans la classe.

Il faut également pointer la motivation qu'apporte l'utilisation du logiciel. Les élèves ont envie de faire de la géométrie. Certains ont installé le logiciel chez eux, d'autres l'utilisent pendant l'étude. Cela peut donner envie aux élèves d'apprendre de nouvelles connaissances en géométrie pour enrichir les activités que l'on peut faire avec GeoGebra. Pour la deuxième activité avec le logiciel, les élèves ont utilisé la version complète de GeoGebra à la place de GeoGebraPrim. Ils ont exploré des outils nouveaux. Un élève a trouvé la commande « polygone régulier » et a construit le carré ! L'utilisation de l'ordinateur est familière aux élèves, ils ont l'habitude de le manipuler. La prise en main du logiciel n'est pas un obstacle pour eux.

Pour terminer nous pouvons ajouter que GeoGebra est devenu un outil disponible dans la classe qui est utilisé pour d'autres projets liés aux arts visuels ou à la technologie. Parallèlement aux séances de mathématiques, les élèves ont utilisé GeoGebra pour différentes réalisations : un tableau à la manière de Delaunay et le monogramme de la classe qui était un projet d'école. La richesse de la palette de couleur du logiciel et la précision des tracés permet des productions de qualité.

2 Perspectives

Pour clôturer sa séquence sur le cercle, l'enseignante leur a fait faire un projet de figure sur l'ordinateur qu'ils devaient ensuite aller reproduire dans la cour ce qui n'a pu être réalisé en fin d'année. La maîtresse tient à aboutir à cela l'année prochaine, ainsi, la séquence débutera dans la cour et se terminera dans la cour.

Nous espérons pouvoir travailler avec les maîtres de CM2. Nous souhaiterions travailler sur la construction d'un triangle dont on connaît les trois dimensions pour voir si les élèves sont capables de faire le lien avec le cercle et ainsi donner du sens à cette construction qui est comme nous l'avons dit en introduction un automatisme dépourvu de sens.

En CM1, comme en CM2 un réinvestissement du logiciel se fera naturellement dans des activités de reproduction de figures, l'enseignante pourra s'inspirer des modèles de la brochure de l'IREM Paris Nord « *Papiers Crayons - aborder la géométrie par le dessin* » et des fichiers GeoGebra installés en accompagnement sur le site http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?rubrique48.

L'actualité s'oriente vers la géométrie dynamique sur tablette, nous suivons l'évolution des premiers logiciels. Nous avons fait quelques essais prometteurs avec le logiciel DGPAD (voir les sites <http://www.dgpad.net> et <http://revue.sesamath.net/spip.php?article509>). L'extrême simplicité du tactile, l'enregistrement automatisé (un historique garde la trace de toutes les sessions), la mobilité de l'outil qui peut être utilisé dans la cour (par exemple pour réaliser un projet) sont des éléments à prendre en compte. Un lot de tablette est en cours d'achat à l'ufm de Lyon et l'enseignante est partante pour une expérimentation. Nous pourrions, par exemple, adapter, dans la cour et sur l'écran, une activité comme celle figurant dans Euromaths CM2 :

Lella, Alice et Théo jouent à la chasse au trésor. Lella a reçu le plan de l'île sur laquelle le pirate Théo a enfoui un trésor fabuleux en même temps que le message suivant :

Le trésor est à moins de 2 mètres d'un palmier et à plus d'1 mètre du ruisseau.

Un centimètre sur le plan correspond à un mètre sur l'île.

1. Découpe ce plan et colorie les zones où le trésor peut se trouver.

Nous terminons en laissant la parole :

... à la maîtresse à propos de la 2^e activité GeoGebra :

« ils sont à fond, maintenant l'atelier de géométrie, c'est « ouhaaa ! »

... aux enfants à propos de la séance dans la cour :

- On n'est tous ensemble et on doit trouver une solution

J'ai aimé car je sais pas assez faire de la géométrie maintenant grâce à vous je sais mieux faire de la géométrie.