

## Des éléments de solution proposés par des élèves :

D'après les différents travaux rendus par les classes de collège, voici quelques réponses possibles à cette fiction. Des choix sont faits, ils seront expliqués à chaque fois, toutefois il était possible d'en faire d'autres qui peuvent mener à un tout autre résultat.

### 1. Une première interprétation des données :

En observant les données du tableau et en utilisant les informations de la relance, les élèves ont analysé les différents cas pour chaque année. Ils ont calculé le ratio entre les rongeurs et les carnivores, pour identifier les différents cas décrits dans la relance.

Ils obtiennent le tableau suivant :

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rongeurs	2 000	25 000	101 000	3 500	950	?
Carnivores	30	25	50	70	18	?
Ratio (arrondi parfois à l'unité près)	67	1 000	2 020	50	53	
Numéros des Cas (cf. relance)	2	3	4	1	2	?

### 1. Première interprétation des élèves :

Une première interprétation par les élèves de la phrase « l'effectif de chaque espèce évolue avec un taux d'évolution fixe » dans la relance a eu une incidence majeure sur la suite de leur solution de la manière suivante :

On passe d'un cas 2 à un cas 3 ; puis d'un cas 3 à un cas 4 ; d'un cas 4 à un cas 1 ; puis d'un cas 1 à un cas 2 ; il faut poursuivre toujours de la même façon, c'est une boucle, et donc on va continuer ainsi jusqu'en 2027, pour vérifier l'extinction de l'espèce.

2 → 3 → 4 → 1 → 2 → 3 → 4 → 1 → 2 → 3 → 4 → 1...

On sera dans un cas 1 en 2027, il n'y aura pas d'extinction puisque la boucle se répète sans fin...

Toutefois, quand on demande de justifier ce résultat par des données chiffrées, les élèves ne peuvent pas le justifier et rentrent dans des calculs pour le prouver. On retrouve les éléments de solution suivants :

## 2. Deuxième interprétation des élèves :

Selon une autre interprétation possible de cette même phrase dans la relance, les élèves ont regardé comment on ajoutait ou retranchait des individus de chaque population pour pouvoir appliquer «une évolution fixe » (modèles additif et soustractif)

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Cas	2	3	4	1	2	
Rongeurs	2 000	25 000	101 000	3 500	950	?
Evolution rongeurs		+ 23 000	+ 76 000	-97 500	-2 550	?
Carnivores	30	25	50	70	18	
évolution		-5	+25	+20	-52	?

En utilisant ces évolutions à partir de 2 016 et ce jusqu'en 2 027, ils ont essayé de prévoir les effectifs des populations, toujours en vérifiant dans quel cas on se trouvait chaque année.

Année	Cas	Rongeurs	Carnivores
2 016	2	950	18
2 017	3 (ratio : 1842)	23 950	13
2 018	4 (ratio : 2630)	99 950	38
2 019	1 (ratio : 42)	2 450	58
2 020		Extinction.	6

Ainsi, ils obtiennent une extinction des rongeurs, puis par la suite des carnivores.

Ces éléments contredisent la première interprétation sous l'hypothèse de départ de la boucle infinie qui se répète toujours de la même façon.

## 3. Troisième interprétation des élèves :

A partir des mêmes observations du tableau, les élèves ont cette fois choisi un modèle multiplicatif ou de division en lien avec la proportionnalité, interprétation nouvelle de l'expression « taux fixe » dans la phrase de la fiction relancée.

Ils ont également regroupé les informations dans des tableaux et ont obtenu les évolutions suivantes, arrondies dans le tableau à l'unité près (individus donc nombres entiers). La valeur exacte est utilisée et reprise pour calculer à chaque étape. (Sous forme fractionnaire)

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Cas	2	3	4	1	2	
Rongeurs	2 000	25 000	101 000	3 500	950	?
Evolution rongeurs (arrondi)		x 12.5	x 4.04	x 0.035	x 0.27	?
Carnivores	30	25	50	70	18	
évolution		x 0.83	x 2	x 1.4	x 0.26	?

En utilisant ces évolutions à partir de 2 016 et ce jusqu'en 2 027, ils ont essayé à nouveau de prévoir les effectifs des populations, toujours en vérifiant le ratio chaque année.

<b>Année</b>	<b>Cas</b>	<b>Rongeurs</b>	<b>Carnivores</b>
2 016	2	950	18
2 017	3 (ratio : 792)	11 875	15
2 018	3 (ratio : 1599)	47 975	30
2 019	4 (ratio : 3230)	193 819	60
2 020	2 (ratio : < 80)	6 717	84
2 021	3 (ratio : 1199)	83 956	70
2 022	4 (ratio : 2423)	339 183	140
2 023	2 (ratio : 60)	11 754	196
2 024	3 (ratio : 900)	146 923	163
2 025	3 (ratio : 1817)	593 571	327
2 026	4 (ratio : 3670)	2 398 026	653
2 027		83 100	915

Ainsi, ils obtiennent des populations qui ne disparaissent pas sur les 10 prochaines années, et affirment donc qu'il n'y aura pas extinction des rongeurs ni des carnivores en 2017.

#### **4. Une autre piste de recherche :**

Les élèves ont voulu prévoir de faire les évolutions mois par mois, et voir dans quel cas on se trouve en janvier, février, mars... Mais il faut trouver le coefficient mensuel par lequel il faut multiplier les effectifs, ce calcul étant très compliqué, ce choix a été abandonné rapidement.

<b>Dans les programmes de cycles 3 et 4 :</b>	<b>Dans la fiction « En voie d'extinction ? » :</b>
<p><b>Chercher</b></p> <p><b>1</b> Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.</p> <p><b>2</b> S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.</p> <p><b>3</b> Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.</p> <p><b>4</b> Décomposer un problème en sous-problèmes.</p>	<p>Ici les élèves ont prélevé les informations du tableau, analysé les données, les ont classées, se sont questionnés pour savoir de quelle manière il fallait les traiter, ont émis des hypothèses, les ont testées, puis ont confronté leurs résultats aux données pour, si besoin, ajuster les choix réalisés et élaborer une nouvelle démarche construite sur de nouvelles hypothèses. Ils ont aussi séparé les différents cas à traiter pour mieux s'organiser dans la résolution de chacun.</p>
<p><b>Modéliser</b></p> <p><b>1</b> Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.</p> <p><b>2</b> Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.</p> <p><b>3</b> Reconnaître des situations de proportionnalité et résoudre les problèmes correspondants.</p> <p><b>4</b> Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques).</p> <p><b>5</b> Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique.</p> <p><b>6</b> Valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple un modèle aléatoire).</p>	<p>Ici la fiction réaliste est un morceau de réalité simplifié (SVT) pour pouvoir être traité mathématiquement en classe. Les élèves ont fait des choix en vue d'élaborer un modèle mathématique. Ce modèle peut être validé, invalidé ou affiné selon les interactions (forum, classe(s) et relance). Les élèves ont fait des allers et retours entre la fiction réaliste et leurs éléments de solution, ils ont décidé ou pas de faire des ajustements sur leurs choix ce qui les a conduits à élaborer un nouveau modèle.</p> <p>Plusieurs traductions en langage mathématique observées :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- par des calculs et des essais/erreurs,</li> <li>- représentation sous forme d'un graphique, avec une mise en équation, un travail de fonction affine pour une durée déterminée de 1 an, calculer un taux d'accroissement (coefficient directeur...)</li> </ul>
<p><b>Représenter</b></p> <p><b>1</b> Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques ...</p>	<p>Ici, les élèves ont choisi de présenter les données sous plusieurs formes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- représentation dans un tableau, tableau de proportionnalité ou</li> </ul>

<p><b>2</b> Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.</p> <p><b>3</b> Choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique.</p> <p><b>4</b> Produire et utiliser plusieurs représentations des nombres.</p>	<p>pas,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- liste avec une étude de l'évolution de cette liste,</li> <li>- séparer les 2 listes (Rongeurs et prédateurs) et les traiter de manière séparée, puis faire le lien entre les 2 espèces.</li> <li>- présenter le taux d'évolution sous plusieurs formes, écriture décimale ou écriture fractionnaire, choisir d'estimer une erreur acceptable au dixième, centième... en lien avec la numération.</li> </ul>
<p><b>Raisonner</b></p> <p><b>1</b> Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.</p> <p><b>2</b> Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.</p> <p><b>3</b> Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.</p> <p><b>4</b> Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions.</p> <p><b>5</b> Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.</p>	<p>Ils ont organisé les données, reconnu les cas de croissance ou décroissance, séparé les différents cas qu'il fallait envisager et les ont traité, ont construit une démarche, ont argumenté et tenu compte de l'avis des pairs pour faire si besoin les ajustements nécessaires. Ils ont dû aussi essayer d'étayer leurs propos pour valider ou invalider des informations, dans ou hors la classe.</p>
<p><b>Calculer</b></p> <p><b>1</b> Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).</p> <p><b>2</b> Contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements.</p> <p><b>3</b> Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.</p> <p><b>4</b> Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel).</p>	<p>En étudiant les ratios proposés, sous forme décimale ou fractionnaire, ils ont fait du calcul mental, réfléchi, instrumenté (calculatrice ou TICE...).</p> <p>Ils ont aussi fait des choix acceptables ou pas d'une erreur et ont dû étudier la vraisemblance de leurs résultats, quitte à revenir sur leurs hypothèses et faire de nouveaux choix.</p>

<p><b>Communiquer</b></p> <p><b>1</b> Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.</p> <p><b>2</b> Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.</p> <p><b>3</b> Faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique. Distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française.</p> <p><b>4</b> Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.</p> <p><b>5</b> Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes.</p>	<p>Avec la collaboration au sein de la classe, sous forme de travail de groupe, puis en groupe classe, puis avec la collaboration avec les autres classes, ils ont dû mettre en forme, structurer les démarches et raisonnements, exposer leurs arguments (lien avec la maîtrise de la langue) dans un rôle d'émetteur.</p> <p>Quand ils sont récepteurs du travail des autres classes, ils ont dû comprendre les arguments des autres, valider/invalidier des résultats, tenir compte de l'opinion d'autrui, en essayant de mettre en place une culture commune (vocabulaire...) à toutes les classes engagées.</p>
---	--

<b>Attendus de fin de cycle</b>	
<p><u>Cycle 3 :</u>  Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux.  Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.  Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul.</p> <p><u>Cycle 4 :</u>  Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes  Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers  Utiliser le calcul littéral.  Interpréter, représenter et traiter des données  Résoudre des problèmes de proportionnalité  Comprendre et utiliser la notion de fonction</p>	

Dans les programmes :	Dans la fiction « en voie d'extinction ? » :
-----------------------	--

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Composer, décomposer les grands nombres entiers, en utilisant des regroupements par milliers.</li> <li>• Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards) et leurs relations.</li> <li>• Comprendre et appliquer les règles de la numération aux grands nombres (jusqu'à 12 chiffres).</li> <li>• Comparer, ranger, encadrer des grands nombres entiers,</li> </ul>	<p>Comparaison de nombres, ordre de grandeur, calcul d'un rapport de 2 nombres, passage d'une écriture à une autre, arrondi au dixième, centième près, chiffre des... nombre des... tableau de numération. Encadrement des ratios obtenus, ce qui amène à ranger les résultats dans les cas possibles pour traiter des situations différentes (cas 1, cas 2, cas 3...raisonnement par disjonction de cas) Multiples et diviseurs.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Écritures fractionnaires.</li> <li>• Diverses désignations des fractions (orales, écrites et décompositions).</li> </ul>	<p>Calcul du rapport et simplification, différentes écritures pour un même nombre.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.</li> <li>• Établir des égalités entre des fractions simples.</li> </ul>	<p>Comparer les fractions obtenues, les encadrer si besoin, reconnaître des fractions égales, ordonner dans l'ordre croissant, décroissant.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Spécificités des nombres décimaux.</li> <li>• Associer diverses désignations d'un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule et décompositions).</li> <li>• Règles et fonctionnement des systèmes de numération : numération de position, rang,...</li> </ul>	<p>Après calcul des ratios, utilisation de la valeur exacte sous forme de fraction ou nombre décimal quand c'est possible, valeur approchée au ... près. Fractions, fractions irréductibles, fractions décimales.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mémoriser des faits numériques et des procédures élémentaires de calcul.</li> <li>• Élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit.</li> <li>• Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.</li> </ul>	<p>A partir du cas 1, transférer des méthodes de calcul aux autres cas, reconnaître ou identifier une procédure de calcul et généraliser aux autres cas, vérifier la vraisemblance du résultat à l'aide des données du tableau, retour sur la procédure de calcul choisie si le résultat n'est pas vraisemblable.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcul avec les 4 opérations, mental, réfléchi, posé et instrumenté.</li> </ul>	<p>Division dans les quotients, multiplication des valeurs de l'année n pour obtenir les valeurs de l'année n+1, additions et soustractions pour trouver une évolution... Multiplier par 10 ; 100 ou 1 000, travail des quotients, exacts ou non... Calcul posé, travail des techniques opératoires. Calcul instrumenté : utilisation de la calculatrice, du tableur.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre des problèmes mettant en jeu les quatre opérations.</li> </ul>	

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prélever des données numériques à partir de supports variés.</li> <li>• Produire des tableaux, diagrammes et graphiques organisant des données numériques.</li> <li>• Exploiter et communiquer des résultats de mesures.</li> <li>• Tableaux (en deux ou plusieurs colonnes, à double entrée) ;</li> <li>• Graphiques cartésiens.</li> </ul>	<p>Prélever et utiliser les données du tableau, le poursuivre et l'organiser pour les années suivantes, utiliser les résultats pour contrôler leur vraisemblance, ajuster si besoin.</p> <p>Présenter les résultats sous forme de représentation graphique, graphique par portion selon le cas étudié. (affine par morceau)</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée.</li> </ul>	<p>Identifier une relation de proportionnalité entre 2 grandeurs (ou identifier que ce n'est pas une situation de proportionnalité...)</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dépendance d'une grandeur mesurable en fonction d'une autre.</li> <li>• Cas particulier d'une fonction linéaire, d'une fonction affine.</li> </ul>	<p>Dépendance de la quantité de rongeurs et de prédateurs, lien entre les 2 espèces, interactions, représentation de ce lien avec des fonctions affines par partie.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Abscisse et ordonnée</li> </ul>	<p>Se représenter dans l'espace, construire la courbe d'évolution des espèces.</p> <p>Périodicité du phénomène, anticiper et prévoir la suite de la courbe.</p>



# Points du programme de 2<sup>nde</sup> BAC général abordés lors de «En voie d'extinction ?»

Domaines mathématiques	Contenus	Capacités attendus
<b>Fonctions</b>	Image, antécédent, courbe représentative	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traduire le lien entre deux quantités par une formule.</li> <li>Pour une fonction définie par une courbe, un tableau de données ou une formule :</li> <li>• identifier la variable et, éventuellement, l'ensemble de définition ;</li> <li>• déterminer l'image d'un nombre ;</li> <li>• rechercher des antécédents d'un nombre.</li> </ul>
<b>Étude qualitative de fonctions</b>	Fonction croissante, fonction décroissante ; maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variations, le comportement d'une fonction définie par une courbe.</li> <li>• Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variations.</li> <li>Lorsque le sens de variation est donné, par une phrase ou un tableau de variations :</li> <li>• comparer les images de deux nombres d'un intervalle ;</li> <li>• déterminer tous les nombres dont l'image est supérieure (ou inférieure) à une image donnée.</li> </ul>
<b>Algorithmique</b>	<p>Dans le cadre de cette activité algorithmique, les élèves sont entraînés :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• à décrire certains algorithmes en langage naturel ou dans un langage symbolique ;</li> <li>• à en réaliser quelques uns à l'aide d'un tableur ou d'un petit programme réalisé sur une calculatrice ou avec un logiciel adapté.</li> </ul>	<p>Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• d'écrire une formule permettant un calcul ;</li> <li>• d'écrire un programme calculant et donnant la valeur d'une fonction ; ainsi que les instructions d'entrées et sorties nécessaires au traitement</li> </ul>

# Points du programme de 1<sup>ère</sup> BAC S abordés lors de «En voie d'extinction ?»

<b>Domaines mathématiques</b>	<b>Contenus</b>	<b>Capacités attendus</b>
<i>Suites</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modes de génération d'une suite numérique.</li> <li>- Suites arithmétiques et suites géométriques.</li> <li>- Sens de variation d'une suite numérique.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modéliser et étudier une situation à l'aide de suites.</li> <li>- Mettre en oeuvre des algorithmes permettant :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- d'obtenir une liste de termes d'une suite ;</li> <li>- de calculer un terme de rang donné.</li> </ul> </li> <li>- Exploiter une représentation graphique des termes d'une suite.</li> </ul>
<i>Statistiques</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Statistique descriptive.</li> <li>- Analyse de données</li> <li>- Caractéristiques de dispersion</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliser de façon appropriée les deux couples usuels qui permettent de résumer une série statistique : (moyenne, écart-type) et (médiane, écart interquartile).</li> <li>- Étudier une série statistique ou mener une comparaison pertinente de deux séries statistiques à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice.</li> </ul>
<i>Algorithmique</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- décrire certains algorithmes en langage naturel ou dans un langage symbolique ;</li> <li>- en réaliser quelques-uns à l'aide d'un tableur ou d'un programme sur calculatrice ou avec un logiciel adapté ;</li> <li>- interpréter des algorithmes plus complexes.</li> </ul>	<p>Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- d'écrire une formule permettant un calcul ;</li> <li>- d'écrire un programme calculant et donnant la valeur d'une fonction ;</li> <li>- ainsi que les instructions d'entrées et sorties nécessaires au traitement.</li> </ul>