

Equipe DREAM

Démarche de Recherche pour
l'Enseignement et l'Apprentissage
des Mathématiques



Editorial

par Gilles Aldon

Depuis maintenant une année la crise sanitaire perturbe la vie de l'ensemble de la population mondiale et les systèmes scolaires essayent de s'adapter tant bien que mal. Malgré les conditions difficiles, l'enseignement continue et en particulier celui des mathématiques dont les derniers rapports des évaluations internationales montrent les lacunes pour cet enseignement en France. Autant de raison pour continuer à développer un enseignement des mathématiques qui ait du sens pour les élèves, qui développent les manipulations d'objets concrets ou abstraits à travers les problèmes. C'est

ce travail que l'équipe DREAM continue de porter en proposant des situations didactiques de recherche de problèmes, en détaillant les mathématiques sous-jacentes et l'exploitation que tous les collègues de mathématiques peuvent en faire dans leurs classes. Antoine Guise propose une situation et donne les premiers éléments d'analyse des expérimentations faites en classe (pages 2 et 3). Ainsi, l'équipe continue à travers la structure du LÉA à expérimenter en vraie grandeur un enseignement fondé sur les problèmes dans chacun des « minilabos » que constituent les établissements partenaires du LÉA DuAL. Le retour

d'expérience de Faustine Leclerc, que vous pourrez lire dans cette Newsletter (pages 4 à 6) montre toute l'importance de l'accompagnement et de la formation dans cette démarche d'enseignement qui implique un changement de paradigme d'enseignement. C'est aussi le point de vue des formations organisées par l'équipe et présentées par Marie-Line Gardes page 7.

D'un problème mathématique à une situation didactique de recherche

Quelques éléments de réflexion sur la recherche de nouveaux problèmes.

En tant qu'enseignant, trouver une « bonne » situation de recherche de problème en mathématiques n'est pas si simple. Cette recherche passe par plusieurs étapes. Dans un premier temps, la recherche du problème lui-même. Qu'il soit inventé ou déjà posé, qu'il soit déjà résolu ou encore au stade de la conjecture, il faut qu'il réponde à plusieurs critères comme, par exemple, aborder des concepts mathématiques familiers aux élèves (et donc dans les programmes institutionnels) et permettre la mise en œuvre d'une dimension expérimentale. Le problème mathématique dont il est question ici est :

Comment caractériser les nombres rationnels à partir de leur développement décimal (propre) ?

Ce problème nous amène à étudier, d'une part, les nombres rationnels qui peuvent être définis comme le quotient de deux entiers, le plus souvent représentés sous forme de fractions et d'autre part, l'écriture décimale qui est la représentation des nombres la plus couramment utilisée. C'est aussi l'occasion de s'intéresser à l'écriture décimale particulière des nombres rationnels particuliers, comme les entiers et les décimaux et de prolonger la recherche aux nombres irrationnels. Dans les programmes, ces notions apparaissent clairement en début de cycle 4 avec la fraction vue comme un quotient et en début de lycée lors de l'étude des ensembles de nombres. Dans ce contexte là, on peut aussi considérer ce problème comme la recherche d'une clas-

sification des nombres réels à partir de leur développement décimal.

Pour autant, cette formulation du problème mathématiques ne semble pas suffisante pour permettre son appropriation et sa recherche par les élèves. Il faut donc, dans un second temps, créer une situation d'apprentissage qui permette aux élèves :

- de s'engager par eux-même dans la recherche du problème et de s'en approprier les réflexions et raisonnements ;
- de mobiliser des savoirs et savoirs-faire puis d'en faire émerger de nouveaux ;
- de proposer des résultats variés, au moins partiels et d'engager des tentatives.

L'énoncé que l'on va

Equipe DREAM

Démarche de Recherche pour
l'Enseignement et l'Apprentissage
des Mathématiques

proposer, avec ses variables didactiques (choix des paramètres, exemples, matériels...) doit répondre, autant que possible, aux critères précédents. Après plusieurs temps d'échanges et de réflexion, voici deux situations qui ont été expérimentées avec deux classes de seconde cette année. Pour la première situation, les élèves ont eu le droit d'utiliser leur calculatrice et ont eu l'énoncé suivant :

Dans ce problème, on s'intéresse à l'écriture des nombres positifs avec une virgule. En voici quelques exemples :

| | |
|--------------------------|-----------|
| 21,0 | 2,3333... |
| 6,5 | 1,7777... |
| 0,121212... | 4,312 |
| 0,1234567891011121314... | |

Parmi ces nombres, lesquels

peuvent s'écrire comme le quotient de deux nombres entiers ?

Plus généralement, est-ce que tous les nombres positifs écrits avec une virgule peuvent s'écrire comme le quotient de deux entiers naturels ?

Et pour les nombres qui ne le pourraient pas, ont-ils une écriture à virgule particulière ?

Pour la deuxième situation, les élèves n'ont pas eu le droit d'utiliser la calculatrice et ont eu l'énoncé suivant :

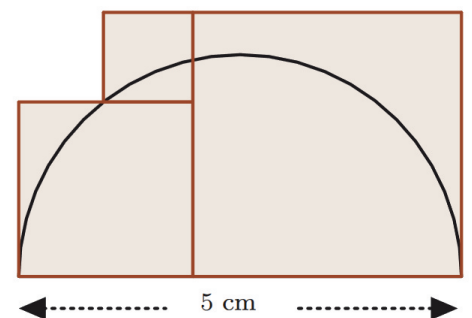
Parmi les nombres compris entre 0 et 1 et écrits avec une virgule, quels sont ceux qui peuvent s'écrire comme le quotient de deux nombres entiers naturels ?

Chaque classe a pu se confronter à la situation qui lui a été proposée et les retours sont positifs (pour les

deux situations). Il reste à en faire une analyse a posteriori pour améliorer ces deux situations et permettre leur appropriation et utilisation par d'autres classes.

Antoine GUISE

Un petit problème Manque t-il une donnée?



Quelle est l'aire totale des trois carrés?

Retour d'expérience

Supervision par un pair expérimenté pour une première séance de problème ouvert en classe

Faustine Leclerc, Collège Paul-Emile Victor à Rillieux-la-Pape

Supervision : Miriam Di Francia, Collège Simone Lagrange, Villeurbanne

Suite à une première expérience particulièrement encourageante pendant mon année de stage, je souhaite intégrer plus systématiquement dans mon quotidien professionnel l'enseignement des mathématiques par la recherche de problèmes. Il y a quelques semaines, je décide donc de proposer le problème de l'enclos à ma classe de 3èmes pour aborder la séquence sur les fonctions.

Grâce à mon intégration récente dans le groupe DREAM, j'ai pu me rapprocher d'une enseignante aguerrie à l'enseignement par la recherche de problèmes et nous nous sommes lancées dans une supervision dès la phase de préparation de séance, aussi bien du point de vue logistique que gestion

de classe et construction des savoirs.

Nos échanges m'ont en particulier permis d'anticiper pour la phase de recherche les problématiques et pistes de solution suivantes :

- configuration de la salle en îlots avec possibilité d'impliquer les élèves en début de séance. Première expérience en laissant les élèves libres de constituer les groupes.

- support commun pour la trace écrite individuelle et collective (*Figure 1*).

- répartition du travail individuel / par îlot / du collectif classe :

- 1) lecture par l'enseignant de l'énoncé puis reformulation par des élèves (3-5 min) .

- 2) recherche individuelle avec trace écrite demandée dans les cases dédiées

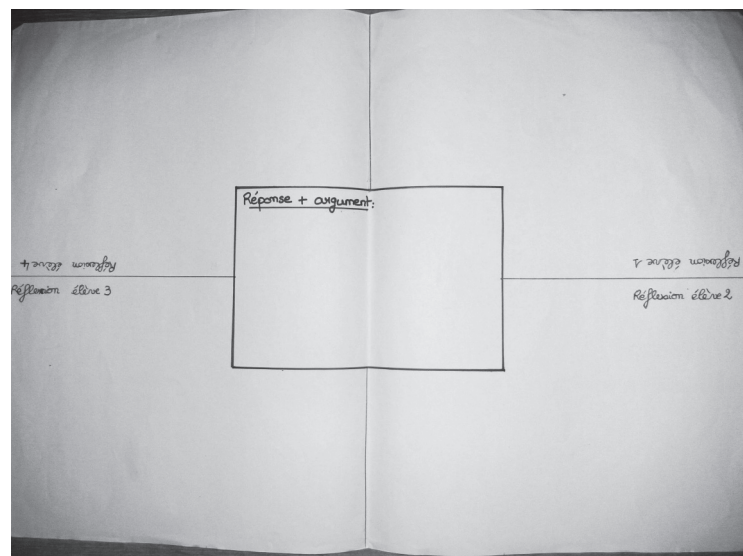


Figure 1 - Feuille A3 de trace écrite commune

Equipe DREAM

Démarche de Recherche pour
l'Enseignement et l'Apprentissage
des Mathématiques

(5 min). Cela est nécessaire pour que chaque élève se confronte à l'énoncé.

3) recherche collective au sein de l'îlot (25-30 min) : outre les compétences disciplinaires que cette étape permet de développer, elle est indispensable pour travailler les compétences transversales de communication et d'organisation du travail en équipe.

4) Synthèse du collectif classe (10 min).

- pour impliquer les élèves qui s'amuse/chahutent, penser au rôle de 'responsable bruit' qui remet son carnet à l'enseignant en début d'heure. Pour impliquer les élèves les plus individualistes dans le travail d'équipe, le rôle de secrétaire peut être confié à un élève distinct de l'individualiste, de façon à ce que ce dernier soit en posture d'expliquer son raisonnement à ses pairs. Le jour J arrive dans mon

établissement REP+. Entre les tensions entre élèves grandissantes à l'approche des fêtes - nécessitant mon attention jusqu'à la sonnerie précédant la séance et les changements de salles qui compliquent la configuration à l'avance de la classe en îlots ... je m'approche avec appréhension de la salle de classe, c'est la dernière heure de la journée, j'ai l'impression que rien n'est prêt ni dans la salle, ni dans ma tête...Et c'est là que j'aperçois ma superviseure sereine au bout du couloir, avec son sourire bienveillant et ses mots réconfortants ainsi que ses questions pertinentes qui me plongent rapidement dans le lancement efficace de la séance.

Le tableau en page 5 (Figure 2) présente un bilan de la séance.

Même si les premiers résultats sont modestes, je suis soulagée et ravie de cette expérience, et

extrêmement curieuse de la poursuivre avec ma classe, dans un cercle vertueux d'amélioration continue : tous les élèves sont entrés dans l'activité et le plus grand nombre a manifesté de l'entrain et du plaisir à faire des mathématiques. A posteriori, face à mes questions sur la gestion des traces écrites des élèves et la construction de l'institutionnalisation des savoirs en découlant, ma superviseure m'accompagne par ses nouvelles questions structurantes et partage sa propre expérience.

Faustine LECLERC

Equipe DREAM

Démarche de Recherche pour
l'Enseignement et l'Apprentissage
des Mathématiques

| Action de l'élève | Difficulté possible | Aide possible | Effet attendu | Bonifications superviseure (Debrief post-séance) |
|---|--|--|---|---|
| Écoute de la lecture de l'énoncé par l'enseignant puis reformulation | | | | <p>Pour un premier problème, expliciter encore plus les objectifs, les étapes et le timing de la séance (en les affichant au tableau par exemple)</p> <p>De façon régulière pendant la séance, rappeler les objectifs et le timing restant</p> |
| Temps de recherche individuel | "Page blanche". Ne sait pas par où commencer | L'inciter à noter ses questions dans la case prévue à cet effet. | Entrée de l'élève en activité | <p>Pour un premier problème, expliciter les formats de productions possibles : schémas, dessin de la situation, tableau, démarche à écrire. Donner/Montrer des exemples.</p> <p>Suggestion : faire un bilan à l'issue de cette étape en faisant reformuler par les élèves avant de lancer le travail collectif.</p> <p>→ ceci permet par exemple de s'assurer que les élèves qui modélisent les déplacements de B sans conserver la forme rectangulaire sont réorientés vis-à-vis de l'objectif de l'activité.</p> <p>Travailler le statut du brouillon en continu avec les élèves (pourquoi pas un cahier de recherche?) : les convaincre de leur droit à l'erreur, essentiel pour chercher/progresser</p> |
| Temps de recherche collectif - implication dans l'activité | - amusements, chahut - passivité de certains et monopoles de la parole pour d'autres | - répartition des rôles dans les îlots : garant du niveau sonore (contre carnet), <i>time keeper</i> , secrétaire, porte-parole - les enseignantes passent régulièrement pour interroger les silencieux/chahuteurs et les ramener dans le groupe - en cas de débordement disciplinaire trop important, prévoir un bureau isolé en retrait du groupe classe | - implication du plus grand nombre dans l'activité | <p>Pour un premier problème :</p> <ol style="list-style-type: none"> dans l'idéal, avoir anticipé dans un autre cadre l'expérimentation des différents rôles dans le groupe de travail, si cela n'a pas été possible, peut-être se focaliser sur le rôle qui paraît essentiel à l'enseignant et laisser libre l'organisation des autres rôles dans le groupe de travail, pour éviter le 'trop d'infos nouvelles' d'un coup |
| Retrouver la formule de calcul de l'aire d'un rectangle | - aucun souvenir (non réinvesti en classe cette année) - confusion avec le périmètre | - l'enseignant pose la question à tous les élèves de l'îlot de la différence entre périmètre et aire du rectangle pour que ceux qui savent partagent avec leurs camarades | Tous les îlots présents ré-investissent pendant l'activité les calculs d'aire et de périmètre d'un rectangle | |
| Tâtonner pour évaluer l'influence de la position du piquet sur l'aire de l'enclos | - difficulté à exprimer correctement la longueur de l'enclos en fonction de la largeur testée - confusion induite par le fait qu'un des côtés du rectangle n'est pas grillagé | - inciter les élèves à faire une figure à main levée de la situation et à noter directement dessus les dimensions testées pour l'enclos, pour faire émerger le calcul de la longueur en fonction de la largeur - possibilité d'utiliser un tableur excel si la question est explicitement posée par des élèves | Tous les îlots présents découvrent au moins l'approche d'un tableau à 2 colonnes ou d'une 'boîte noire' avec : largeur (input) et aire (output) | <p>Intégrer le rapport parfois délicat des élèves avec la trace écrite : en séance, nous sommes passées d'îlot en îlot pour inciter les élèves à mettre par écrit ce qui était dans leur tête. → Message à faire passer dès le début de séance lors de la lecture des consignes, pour montrer toute l'importance de cette démarche.</p> <p>Lors des passages dans les îlots, travailler le statut de la preuve : pourquoi faites-vous telle réponse ? Comment y êtes-vous arrivés, comment justifiez-vous ?</p> |
| Participation orale à la synthèse finale | Manque de temps pour copier en fin de séance le bilan construit au tableau | Photo du tableau prise par l'enseignant | | <p>Confier aux élèves un défi final à traiter chez eux d'ici à la prochaine séance pour montrer l'intérêt de la recherche (et activer leur capacité de mémorisation pour nourrir les séances suivantes)</p> <p>Possibilité de déposer sur l'ENT la photo du bilan écrit au tableau en demandant aux élèves de le recopier à la maison d'ici à la prochaine séance.</p> <p>Pour la séance suivante, penser à faire reformuler aux élèves ce qu'ils ont fait pendant la séance de recherche</p> |

Figure 2 - Bilan de la séance de recherche

Equipe DREAM

Démarche de Recherche pour
l'Enseignement et l'Apprentissage
des Mathématiques

L'actualité du groupe DREAM

par Marie-Line GARDES

Le stage IREM de formation continue, Enseignement par cycle et résolution de problèmes, proposé par notre groupe a innové cette année en proposant, certes par la force des choses, un stage 100% à distance pour les deux premiers jours ! Les participants ont pu expérimenter la recherche de problèmes (en groupe et à distance), faire le point sur quelques aspects théoriques autour de la dimension expérimentale des mathématiques, comprendre l'élaboration d'une séquence fondée sur la résolution de problèmes, rencontrer le problème fait pour eux avec l'expérience du Speed Dating des problèmes et enfin avoir un aperçu de la construction d'une progression annuelle d'un enseignement des mathématiques fondé sur la résolution de problèmes. Pour clôturer cette première partie de formation, nous avons invité la douzaine de participants à construire une séance ou une séquence

fondée sur la résolution de problèmes. Pour clôturer cette première partie de formation, nous avons invité la douzaine de participants à construire une séance ou une séquence fondée sur la résolution de problèmes et à l'expérimenter dans l'une de leurs classes. RDV pris le 29 avril pour la troisième journée, avec un retour de ces expérimentations et un point de vue sur la vaste question de l'évaluation...croisons les doigts pour que cette journée se fasse en présentiel !

Le stage de formations de formateurs, Comment mettre en œuvre des problèmes dans la classe de mathématiques pour chercher, expérimenter et manipuler en cycle 3, 4 et au lycée ?, aura lieu à l'Ifé, les 8 et 9 mars. L'objectif de ce stage est d'apporter des outils et des concepts issus de nos recherches et de notre expérience de l'enseignement par résolution de problèmes, pour que chaque formateur

puisse se projeter dans la réalisation d'un projet (conception d'une formation, élaboration d'une ressource, etc.) en lien avec sa propre pratique, ses besoins et son contexte professionnel. Les temps de formation se feront sous diverses modalités : atelier de recherche, atelier d'analyse de situations, conférence, groupe puzzle, temps de réflexion individuel, partage via un padlet, etc.

Les inscriptions sont encore possibles **jusqu'au 1er mars** : <http://formation-ife.ens-lyon.fr/training/19/41>