

Cahier d'élève - 5ème4

Collège Emile Zola, Belleville, 2018-2019

Problème n°1: de nombre de zéros de la factorielle

Le nombre de zéros de la factorielle

En mathématique, la **factorielle** d'un nombre entier est le produit des nombres entiers (supérieurs à 1) qui le précèdent.

Par exemple :

- Factorielle 3 s'écrit $1 \times 2 \times 3$ et est égale à 6
- Factorielle 4 s'écrit $1 \times 2 \times 3 \times 4$ et est égale à 24
- Factorielle 5 s'écrit $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ et est égale à 120

On remarque qu'il y a un « 0 » à la fin de Factorielle 5.

1) Combien y aura-t-il de « 0 » à la fin de Factorielle 7 ?

2) Combien y aura-t-il de « 0 » à la fin de Factorielle 17 ?

Et si on se posait la question pour n'importe quel nombre entier, comment pourrait-on faire pour trouver le nombre de « 0 » à la fin ?

$$\begin{array}{l} \overset{5}{\underbrace{1 \times 2 \times 3 = 6}} \\ \underbrace{1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24} \\ \underset{4}{} \end{array}$$

$$1 \times 2 \times 3 + 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 30 \quad \begin{array}{l} \text{1 zéro} \\ \downarrow \end{array}$$

1) Il y a un "0" à la fin de la factorielle.

$$2) 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 5040$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 3628800$$

$$\begin{array}{r} + 3628800 \\ 5040 \\ \hline 3633840 \end{array}$$

Un produit c'est le résultat d'une multiplication.

III - Recherche de multiples et de diviseurs.

nom de la

LABYRINTHE DU 3

COMMENCEZ À LA CASE DÉPART. TOUS LES CHIFFRES SONT ÉCRIS EN NOIR. TOUS LES CHIFFRES EN ROUGE SONT LES CAS DUS.
 NUMÉRIQUES QUI SONT DIVISIBLES PAR 3 LES CAS ROUGES SONT À TOUCHER DE FAÇON HORIZONTAL, VERTICALE OU DIAGONALE.

DÉPART	42	63	86	630	710	60	31
	45	30	40	21	455	15	44
	28	32	100	746	65	78	845
	37	73	125	29	90	43	965
	46	27	10	5	85	412	93
	72	53	83	22	91	103	23
	26	82	48	321	79	476	33
	34	41	843	76	49	729	81
	42	87	284	792	36	86	24
	51	74	38	84	921	77	107
							47

Critères de divisibilité

- * Un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6, 8
- * Un nombre est divisible par 5 si son chiffre est 0 ou 5
- * Un nombre est divisible par 3 (ou 9) si la somme de ses chiffres est multiple de 3 (ou de 9)

nom de la

LABYRINTHE DU 3

COMMENCEZ À LA CASE DÉPART. TOUS LES CHIFFRES SONT ÉCRIS EN NOIR. TOUS LES CHIFFRES EN ROUGE SONT LES CAS DUS.
 NUMÉRIQUES QUI SONT DIVISIBLES PAR 3 LES CAS ROUGES SONT À TOUCHER DE FAÇON HORIZONTAL, VERTICALE OU DIAGONALE.

DÉPART	16	32	17	25	13	7	47
	18	23	56	29	41	62	94
	42	24	82	91	78	23	10
	74	68	72	4	112	37	71
	101	14	45	44	76	104	2
	8	119	63	108	85	38	95
	11	7	19	65	27	54	73
	28	25	107	91	47	103	81
	56	103	79	55	71	9	90
	73	47	17	52	23	ARRIVÉE	89
							77

LABYRINTHE DU 9

COMMENCIA LA CERCADOR. EN UNO TIEMPO CERRAMOS PARA ARRIVAR AL FIN ARRIVAR. EN UNO TIEMPO LOS CASOS DE LOS NUMEROS QUE SON DIVISIBLES POR 9. EN UNO TIEMPO EL RESULTADO DE LA SUMA DE LOS NUMEROS. EN UNO TIEMPO EL RESULTADO DE LA RESTA DE LOS NUMEROS.

NUMEROS EN ORDEN

DÉPART	259	245	239	228	235	227	231
207	171	262	256	266	250	267	241
260	63	117	265	81	90	261	268
242	258	243	257	225	269	144	255
238	244	189	45	270	254	216	135
229	232	263	251	264	249	273	198
219	223	237	246	274	99	18	153
222	218	226	233	248	126	278	271
215	221	217	240	275	54	279	ARRIVÉE
220	214	224	236	247	276	277	253

Exercice: Répondre vraie ou fausse et justifier

1) 7920 est divisible par 5 = 1564 ✓

2) 7920 est divisible par 3 = 2640 ✓

3) 7920 est divisible par 7

4) 7920 est divisible par 9 = 880 ✓

5) 7920 est divisible par 11: $\frac{7920}{11} = 720$

Conclusion:

1) Vraie car il se termine par un zéro

2) $7 + 9 + 2 + 0 = 18$ Il est dans la table de 18

3) faux $\frac{7920}{7} = 1131$ $3 < 7$

4) $7920 - 18 = 7902$ Vrai car 18 est dans la table de 9

5) $\frac{7920}{11} = 720$ Oui car le résultat est = à 720

Division euclidienne:

Tous les membres sont entiers. Dividende = diviseur × quotient + reste

Dividende = diviseur × quotient + reste

reste < diviseur

Synthèse de l'étude du problème - 5ème

Avec une calculatrice ou un ordinateur.

Attention, la puissance d'affichage du résultat est limitée.
Si le produit est trop grand, on obtient une valeur approchée du résultat

A la main

Il est parfois plus facile de faire les multiplications à la main si c'est fait de manière astucieuse (changer l'ordre, ne pas tout poser...)

Le nombre de zéros de la factorielle

Multiples, diviseurs,
division euclidienne (avec reste)

Critères de divisibilité
Par 2, 3, 5, 9 et 10

Cultures, informations et mathématiques actuelles

A quoi sert la factorielle ? Elle est très utilisée en « combinatoire » pour compter les différents cas possibles d'une situation.

Exemples :

- On a deux stylos posés sur la table, un rouge (R) et un bleu (B). Ils peuvent être posés de 2 manières différentes : R-B ou B-R, ce qui correspond à factorielle 2 ($1 \times 2 = 2$)
- On a trois stylos posés sur la table, un rouge (R), un vert (V) et un bleu (B). Ils peuvent être posés de 6 manières différentes : R-B-V, R-V-B, B-R-V, B-V-R, V-R-B ou V-B-R, ce qui correspond à factorielle 3 ($1 \times 2 \times 3 = 6$)
- Si on avait dix stylos sur la table, il y aura **factorielle 10** manières de les poser sur la table, c'est-à-dire $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 3\,628\,800$

Cahier d'élève - 5ème6

Collège Emile Zola, Belleville, 2018-2019

LES MATHS EN 5ÈME

COLLÈGE EMILE ZOLA - ANNÉE SCOLAIRE 2018-2019

En classe ...

Pour le bon fonctionnement du cours, il est nécessaire de suivre des règles communes qui sont plurielles de bon sens. Le cours de maths est un lieu pour chercher seul, à plusieurs, essayer, se tromper, réessayer, débattre.

Il n'y aura pas beaucoup de devoirs mais il faudra être **actif en classe**.

Pronote

Pronote sera un outil de communication très important tout au long de l'année. Il va servir à :

- Rappeler ce qui a été vu en classe
- Pouvoir récupérer les leçons distribuées en classe
- Donner les devoirs à faire, les dates d'évaluations
- Connaître ses notes et avoir accès à l'énoncé et au corrigé de chaque DS
- Communiquer avec l'enseignant.



Le matériel à apporter

Chaque élève doit rapporter pour chaque cours :

- Le cahier de mathématiques
- Le porte vuus (pour le cours)
- Rèquerre, compas et le rapporteur

La **tablette tactile** sera à ramener à chaque séance, chargée et prête à l'emploi (pour utiliser le manuel ou d'autres applications)

En cas d'oubli, des sanctions seront prises.

Le carnet de correspondance est évidemment toujours en la possession de l'élève.

La calculatrice sera utile de temps en temps mais **ne sera jamais autorisée** durant les évaluations en classe.

LES ÉVALUATIONS :

Il y aura 3 types d'évaluations :
Le test : il dure maximum 15 minutes et correspond à une partie de chapitre bien ciblée. Il est noté en général sur 10.

Le Devoir Surveillé (DS) : il est noté sur 20, dure toute l'heure et porte sur plusieurs chapitres. Il y a 2 DS par trimestre.

ATTENTION : Les tests et DS peuvent être donnés à tout moment, même en cours de chapitre. Il ne faut donc pas attendre la fin pour réviser et comprendre !

Les Devoirs Maison (DM) : il n'y a pas de notes mais une évaluation à l'aide de lettres (A, B, C ou D). À la fin du trimestre, l'ensemble des DM donne une note sur 20. Les DM servent à réfléchir, chercher, expliquer des problèmes un peu différents de ceux du cours.

UN COURS TYPE : La plupart du temps, le cours de mathématiques se déroulera de la manière suivante :

- Exercices rituels ou correction d'exercices.
- Activité de découverte de la notion, de recherche et/ou exercices
- Bilan d'activité

ET PARFOIS, Le cours distribué à mettre dans le porte-vue

Problème n°1 : ce nombre de zéros de la factorielle

Le nombre de zéros de la factorielle

En mathématique, la **factorielle** d'un nombre entier est le produit des nombres entiers (supérieurs à 1) qui le précèdent.

Par exemple :

- Factorielle 3 s'écrit $1 \times 2 \times 3$ et est égale à 6
- Factorielle 4 s'écrit $1 \times 2 \times 3 \times 4$ et est égale à 24
- Factorielle 5 s'écrit $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ et est égale à 120

On remarque qu'il y a un « 0 » à la fin de Factorielle 5.

1) Combien y aura-t-il de « 0 » à la fin de Factorielle 7 ?

2) Combien y aura-t-il de « 0 » à la fin de Factorielle 17 ?

Et si on se posait la question pour n'importe quel nombre entier, comment pourrait-on faire pour trouver le nombre de « 0 » à la fin ?

1) Il y aura 1 zéro à la fin

2) Il y aura 2 zéros à la fin

Question : Mon hypothèse est que plus le nombre est grand plus il y a de zéro.

decomposer sous forme de multiples.

trouve multiplie de 3 compris entre 20 et 50 :

- ~~3x6=21~~
- 3x7=21
- 3x8=24
- 3x9=27
- 3x10=30
- 3x11=33
- 3x12=36
- 3x13=39
- 3x14=42
- 3x15=45

cont juste

Exercice : Sans utiliser la table de calculatrice, dors (et justifier) combien il y a de 0 à la fin du produit suivant.

1) $4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$

il y a 2 zéros

2) $12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16$

il y a 1 zéro

3) $40 \times 41 \times 42 \times 43 \times 44 \times 45 \times 46 \times 47 \times 48 \times 49 \times 50$

il y a 3 zéros

Resultat du 3 exact table de non puissance.

trouve le nombre de zéros dans :

2) $4 \times 25 \times 26 \times 27 \times 28 \times 29 \times 30$

il y aura 3 zéros

3: Recherche de multiples et de diviseurs

Definitions:

On dit qu'un nombre entier est multiples d'un autre s'il appartient à la multiplication

On dit qu'un nombre est un diviseur d'un autre si le reste de la division est nul.

Division euclidienne

Dividende (Diviseur) Dividende = diviseur X quotient + reste

Quotient reste diviseur

reste

LABYRINTHE DES

COMMENCEZ A LA CASE DÉPART. TOUJOURS TROUVER LE CHEMIN POUR ARRIVER A LA CASE ARRIVÉE. TOUJOURS COLORIER LES CASES NOUVEAUX QUE VOUS DÉCOUVREZ PAR LES CASES DÉJÀ VISITÉS. LES CASES DÉJÀ VISITÉS SONT EN ROUGE, LES CASES NON VISITÉS EN BLEU.

DÉPART	42	63	86	630	710	60	31
45	30	40	21	455	458	15	44
28	32	100	746	65	78	845	52
37	73	125	29	90	43	965	70
46	27	10	5	85	42	93	25
72	53	83	22	91	103	23	ARRIVÉE
26	82	48	321	79	476	33	71
34	41	843	76	49	729	81	39
42	87	284	792	36	86	24	92
51	74	38	84	921	77	107	47

Bilan de la recherche

- factorielle 7: 5040: il ya un zero
- La Calculatrice ne permet pas de calculer plus que factorielle 13
- Pour factorielle 17 elle affiche 3,556874281 x 10¹⁴
- des pistes:
 - Calculer factorielle 7 + factorielle 10
 - > il y a un "0" à factorielle 17
- Le premier "0" apparait à partir de 5.
- On gagne un "0" de dizaine endizaine ou de 5 en 5.

1- Vérification des pistes / des Conjectures

Conjecture n°1:

factorielle 10 + factorielle 7 ≠ factorielles 17.

1x2x3x4x5x6x7x8x9x10 + 1x2x3x4x5x6x7 = 1x2x3x4x5x6x7x8x9x10x11x12x13x14x15x16x17

FAUSSE!

Conjecture n°2:

On gagne un "0" de dizaine ou de 5 en 5

Python

Liste des factorielles des 1 à 30 en langage python

Factorielle 1 est	1
Factorielle 2 est	2
Factorielle 3 est	6
Factorielle 4 est	24
Factorielle 5 est	120
Factorielle 6 est	720
Factorielle 7 est	5040
Factorielle 8 est	40320
Factorielle 9 est	362880
Factorielle 10 est	3628800
Factorielle 11 est	39916800
Factorielle 12 est	479001600
Factorielle 13 est	6227020800
Factorielle 14 est	87178291200
Factorielle 15 est	1307674368000
Factorielle 16 est	20922789888000
Factorielle 17 est	355687428096000
Factorielle 18 est	6402373705728000
Factorielle 19 est	121645100806828800
Factorielle 20 est	2432902008176640000
Factorielle 21 est	51099942171709440000
Factorielle 22 est	112400072777667860000
Factorielle 23 est	25852016738884976640000
Factorielle 24 est	620448401733239439360000
Factorielle 25 est	1551121004333098598400000
Factorielle 26 est	403291461126605635584000000
Factorielle 27 est	10888869456418352160768000000
Factorielle 28 est	304888344611713860801504000000
Factorielle 29 est	841726193730719105453616000000
Factorielle 30 est	265252859812191054536160000000

30 premiers nombres entiers...
factorielle(1)

Conjectures: Le nombre de zéros change à chaque multiple de 5

2- Solution du problème

On gagne un zero quand on est multiple de 10

1x2x3x4x5x6x7x8x9x10x11x12x13x14x15x16x17

Annotations: 10x5, 2x5, 10=2x5

Il ya 3 "0" dans la factorielles 17 donc 3 zeros.

1x2x3x4x5x6x7x8x9x10x11x12x13x14x15x16x17

Annotations: 10=2x5, 2x10, 2x11, 5x5, 10, 10

Il ya six "0" dans factorielle 26 donc 6 zeros.

Solution: Pour trouver le nombre de zero, on cherche le nombre de 5 dans la

Critère de divisibilité :

Un nombre est divisible par 5.

Si le chiffre des unités est 0 et 5

Un nombre est multiple de 3 et 5

Si la somme de ses chiffres est multiple de 3

Un nombre est multiple de 15

Si la somme de ses chiffres est multiple de 3

Labyrinthe du 3

Commencez à la case départ et trouvez le chemin pour arriver à la case arrivée. Tous les chiffres des cases sont divisibles par 3. Les cases indiquées de couleur verte, rouge ou bleue sont interdites.

DÉPART	16	32	17	25	13	7	47
8	23	56	46	29	41	62	94
42	24	82	80	91	78	23	10
74	68	72	4	12	37	71	22
101	14	45	44	76	104	2	154
8	19	63	108	85	38	95	89
1	7	19	65	27	54	73	83
28	25	107	91	47	103	81	100
56	103	79	55	71	9	90	20
73	47	17	52	23	ARRIVÉE	89	77

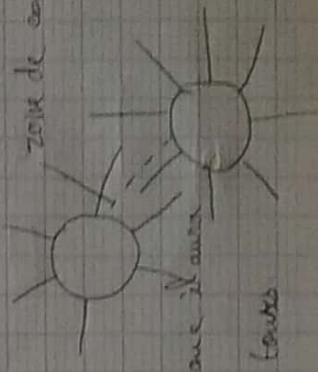
NOM OU Sindy

Labyrinthe du 9

Commencez à la case départ et trouvez le chemin pour arriver à la case arrivée. Tous les chiffres des cases sont divisibles par 9. Les cases indiquées de couleur verte, rouge ou bleue sont interdites.

DÉPART	259	245	239	228	235	227	231
207	171	262	256	266	250	267	241
260	63	117	265	81	90	261	268
242	258	243	257	225	269	144	255
238	244	189	45	270	254	216	135
229	232	263	251	264	249	273	198
219	223	237	246	274	99	18	153
222	218	226	233	248	126	278	271
215	221	217	240	275	54	279	ARRIVÉE
220	214	224	236	247	276	277	253

On remarque la roue violette tourne plus vite que la roue orange



- roue orange: 8 dents
- roue violette: 6 dents

3 tours de roue orange dans 1 tour de roue violette. $84 \div 6 = 14$
La roue violette fera 14 tours.

Exercices VRAI OU FAUX?

7920 est divisible...

1) VRAI pour 3?

$$7 + 9 + 2 + 0 = 18 = 3 \times 6$$

2) FAUX pour 7?

$$\begin{array}{r} 7920 \\ - 7000 \\ \hline 920 \\ - 700 \\ \hline 220 \\ - 140 \\ \hline 80 \\ - 00 \\ \hline 80 \end{array}$$

3) VRAI pour 4?

$$\begin{array}{r} 7920 \\ - 7000 \\ \hline 920 \\ - 800 \\ \hline 120 \\ - 00 \\ \hline 120 \end{array}$$

4) VRAI ou FAUX

3276 est divisible par

2? (3276/2=1638) VRAI pour 3?

$$3 + 2 + 7 + 6 = 18 = 3 \times 6$$

VRAI pour 7?

$$\begin{array}{r} 3276 \\ - 2800 \\ \hline 476 \\ - 040 \\ \hline 436 \\ - 056 \\ \hline 380 \\ - 350 \\ \hline 30 \end{array}$$

VRAI pour 5?

car il ne finit pas par 5 ou 0

FAUX pour 1?

$$\begin{array}{r} 3276 \\ - 1700 \\ \hline 1576 \\ - 1530 \\ \hline 46 \\ - 00 \\ \hline 46 \end{array}$$

Synthèse de l'étude du problème - 5ème

Avec une calculatrice ou un ordinateur.

Attention, la puissance d'affichage du résultat est limitée. Si le produit est trop grand, on obtient une valeur approchée du résultat.

Calculer le produit

A la main

Il est parfois plus facile de faire les multiplications à la main si c'est fait de manière astucieuse (changer l'ordre, ne pas tout poser...)

Le nombre de zéros de la factorielle

des nombres entiers

Multiples, diviseurs,

division euclidienne (avec reste)

Critères de divisibilité

Par 2, 3, 5, 9 et 10

Cultures, informations et mathématiques actuelles

A quoi sert la factorielle ? Elle est très utilisée en « combinatoire » pour compter les différents cas possibles d'une situation.

Exemples :

- On a deux stylos posés sur la table, un rouge (R) et un bleu (B). Ils peuvent être posés de 2 manières différentes : R-B ou B-R, ce qui correspond à factorielle 2 ($1 \times 2 = 2$)
- On a trois stylos posés sur la table, un rouge (R), un vert (V) et un bleu (B). Ils peuvent être posés de 6 manières différentes : R-B-V, R-V-B, B-R-V, B-V-R, V-R-B ou V-B-R, ce qui correspond à factorielle 3 ($1 \times 2 \times 3 = 6$)
- Si on avait dix stylos sur la table, il y aura factorielle 10 manières de les poser sur la table, c'est-à-dire $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 3\,628\,800$