

Etape	Classe de 3 ^e 2
Recherche, mise en commun, débat	<p>DEBUT DU COURS 1 Présentation du problème. Rappel du vocabulaire « Entier naturel », « entiers consécutifs ». Recherche individuelle de 5min. Quelques exemples collectifs : 7 / 9 / 31 / 6 et illustration avec le schéma du trapèze pour expliquer le titre du problème. Recherche par groupe FIN DU COURS 1 – 1h</p> <p>DEBUT DU COURS 2 Suite de la recherche et finalisation des affiches. Mise en commun : Toutes les affiches sont mises simultanément au tableau. On prend 5-10 min pour en prendre connaissance. On fait le point collectivement sur les conjectures émises et on élimine celles qui semblent fausses ou qui ne permettent pas d'avancer dans le problème. FIN DU COURS 2 - 1h</p>
Bilan de la recherche	<p>N°1 : Tous les nombres impairs sont des nombres trapézoïdaux (ils sont la somme de 2 entiers consécutifs) N°2 : Il y a plusieurs décompositions pour les nombres trapézoïdaux N°4 : Les multiples de 3 sont des nombres trapézoïdaux la somme de 3 entiers consécutifs N°4 : Les multiples de 5 sont des nombres trapézoïdaux la somme de 5 entiers consécutifs N°5 : les nombres 0, 2, 4 et 16 n'ont pas été trouvés.</p>

	Attention : ces conjectures ne sont pas démontrées
Etude 1 – Vérification des conjectures émises	<p>DEBUT DU COURS 3</p> <p>2 Pistes : - La somme de 2 entiers consécutifs est toujours impair : on part de $0+1=1$ et rajoute 2 à chaque fois du coup on obtient un nombre impair - Méthode pour trouver la décomposition : On choisit un impair, on divise par 2 et on prend l'entier précédent et l'entier suivant.</p> <p>Vérification de la piste n°2 (on en déduit la caractérisation des nombres impairs ($2x+1$)) FIN DU COURS 3 – 1h</p> <p>DEBUT DU COURS 4 <i>Ex rituel : Thales et Pythagore</i> <i>Correction DS n°2 (1h)</i> Preuve de la piste n°2 Généralisation du programme de calcul proposé. On arrive à la formule : $2x+1 = \text{entier} + \text{entier}+1$ (J'utilise le mot plutôt que la lettre pour une meilleure compréhension pour les élèves)</p> <p>Conjecture n°4 : toujours à l'aide d'un programme de calcul : - On choisit un multiple de 3 ($3 \times \text{entier}$) - On divise par 3 (entier) - On prend le précédent et le suivant : ($\text{entier}-1$ et $\text{entier}+1$) - On obtient la décomposition ($3x = \text{entier}-1 + \text{entier} + \text{entier}+1$)</p> <p>Conjecture n°3 : Idem <i>Dans les deux cas, on propose 2 exemples</i></p>

	<p><i>numériques et on généralise</i> FIN DU COURS 4 – 2h</p> <p>DEBUT DU COURS 5 <i>Ex rituel : Thales</i> Utilisation du calcul littéral pour prouver des résultats sur les nombres Vérification de la conjecture n°2 Vérification et prolongement de la conjecture 5 (non démontrée!) FIN DU COURS 5 – 1h</p>
<p>Etude 2 – Où en est-on dans la résolution du problème ?</p>	<p>DEBUT DU COURS 6 Recherche des multiples de 7 et 9. Crible pour les nombres inférieurs à 100 avec les propriétés précédentes. Conclusion de la recherche (cf cahier d'élève) FIN DU COURS 6 - 1h</p>
<p>Etude 3 – Programmes de calculs et calcul littéral</p>	<p>DEBUT DES COURS 7à10 Programmes de calculs utilisant la distributivité simple. Rappel de la formule et exercices techniques pour factoriser et développer. FIN DES COURS 7à10 – 4h</p> <p>DEBUT DU COURS 11 Programme de calcul nécessitant l'utilisation de la double distributivité Rappel de la formule et exercices techniques pour développer FIN DU COURS 11 - 2h</p>

Etape	Classe de 3 ^e 7
Recherche, mise en commun, débat	<p>DEBUT DU COURS 1 Présentation du problème. Rappel du vocabulaire « Entier naturel », « entiers consécutifs ». Recherche individuelle de 5min. Quelques exemples collectifs et illustration avec le schéma du trapèze pour expliquer le titre du problème. Recherche par groupe Mise en commun : Toutes les affiches sont mises simultanément au tableau. On prend 5-10 min pour en prendre connaissance. On fait le point collectivement sur les conjectures émises et on élimine celles qui semblent fausses ou qui ne permettent pas d'avancer dans le problème. FIN DU COURS 1 - 2h</p>
Bilan de la recherche	<p>N°1 : Tous les nombres impairs sont la somme de 2 entiers consécutifs N°2 : La somme de 3 entiers consécutifs est paire ou impaire (mais cela ne nous permet pas de conclure car 2, 4, 8, 16, 32, 64 n'ont pas été trouvés) Les multiples de 3 sont la somme de 3 entiers consécutifs N°3 : Les multiples de 5, 7, ... (nombres impairs) sont la somme de 5, 7... (nombres impairs) entiers consécutifs. N°4 : Il y a plusieurs décompositions pour les nombres trapézoïdaux</p>
Étude 1 – Vérification des conjectures émises	<p>DEBUT DU COURS 2 N°1 : 3 élèves cherchent à utiliser la lettre (mais maladroitement) et le reste ne trouve pas de moyen pour généraliser... Collectivement : - Nb Pair : Il est divisible par 2 - Nb Impair : Il n'est pas divisible par 2</p>

<p>On peut utiliser le calcul littéral pour généraliser une propriété sur les nombres. La lettre va symboliser un nombre inconnu ou un nombre qui varie, qui change. Deux pistes : 1) $x+(x+1)=y=2x+1$ (x désigne un entier) 2) $(a/2+0,5) + (a/2-0,5) = a$ (a désigne un nombre impair) Reste à montrer que : 1) $2x+1$ est toujours un nombre impair 2) $a/2 \pm 0,5$ est toujours un nombre entier FIN DU COURS 2 – 1h</p> <p>DEBUT DU COURS 3 <i>Ex rituel : Th de Thales et Pythagore</i> Caractérisation des nombres pairs et impairs sous forme littérale Preuve de ce qu'il restait à démontrer avec cette caractérisation. La conjecture n°1 est vérifiée. FIN DU COURS 3 – 1h</p> <p>DEBUT DU COURS 4 <i>Correction DS n°2</i> Conj n°2 : Tous les multiples de 3 sont la somme de 3 entiers consécutifs. FIN DU COURS 4 – 1h</p> <p>DEBUT DU COURS 5 <i>Ex rituel : Réduire des expressions littérales</i> Les multiples de 5 sont des nombres trapézoïdaux (somme de 5 entiers consécutifs) (sauf 5) Suite conj n°2 : Les puissances de 2 ne sont pas trapézoïdales (non démontrée) Conj n°4 : OK</p>
--

	<p>FIN DU COURS 5 – 1h</p> <p>DEBUT COURS 6 <i>Ex rituel : Réduire des expressions littérales.</i> Conj $n^{\circ}3$: Exemple avec 7 (somme de 7 entiers consécutifs, sauf pour 7 et 14). On généralise implicitement pour se convaincre que la conjecture est vraie.</p>
<p>Étude 2 – Où en est-on dans la résolution du problème ?</p>	<p>Crible pour les nombres inférieurs à 100 avec les propriétés précédentes.</p> <p>Conclusion de la recherche (cf cahier d'élève)</p> <p>FIN DU COURS 6 - 1h</p>
<p>Étude 3 – Approfondissement sur le calcul littéral</p>	<p>DEBUT DU COURS 7à9 Études de programmes de calculs : essais + conjectures + preuves. Rappels de la formule de distributivité simple et application au développement et à la factorisation</p> <p>FIN DU COURS 7&9 – 4h</p> <p>DEBUT DU COURS Programme de calcul nécessitant l'utilisation de la double distributivité</p> <p>Rappel de la formule et exercices techniques pour développer</p> <p>FIN DU COURS 8&9 - 2h</p>