

# Retour d'expérience : co-enseignement professeure documentaliste/professeure de mathématiques par la recherche d'un problème d'arithmétique - séance de 2h

## 2022 - collège P.E. Victor

Préalable : une séance de 45 minutes en demi-groupes sur le sens et le vocabulaire de la division euclidienne + rappel rapide de la définition d'un multiple et un diviseur à partir du reste nul dans la division euclidienne.

### I- Entraînement à l'attention - vidéo fréquence cardiaque 5 min

Rituel de début de cours mis en place avec l'infirmière scolaire depuis septembre

<https://www.santemagazine.fr/medecines-alternatives/relaxation/coherence-cardiaque>

### II- Introduction du problème de recherche :

- Présentation aux élèves (répartis en îlots de 4) du déroulement de séance envisagé :

- Lecture (+ début de recherche) individuelle de l'énoncé : 5 min
- Validation collective de la compréhension de l'énoncé : 5 min
- Recherche en îlot : 20-25 min
- Constitution d'une affiche : 10 min

→ en indiquant dès ce moment-là que l'affiche devra contenir la position du groupe vis-à-vis de l'énoncé avec une argumentation pour convaincre la classe

- Présentation des affiches et débat : 20-25 min
- Synthèse : 10 min

- Affichage de l'énoncé au tableau

$$n^2 - n + 11 \text{ source : DREAMaths}$$

3ème

Cette activité d'arithmétique est à coller dans le cahier de leçons à la fin de la séance.

#### I - ENONCE

Dans l'expression  $n^2 - n + 11$ , si on remplace  $n$  par n'importe quel entier positif, on obtient toujours un nombre qui a **exactement** deux diviseurs.

**D'après vous, cet énoncé est-il vrai ou faux ?**

Répondre en groupe en ajoutant une phrase qui précise votre argument.

- Distribution d'une fiche méthode pour les guider dans leur recherche (bonifiée suite au retour d'expérience de la 1ère activité de recherche en Statistiques proposée en septembre), en précisant aux élèves qu'ils peuvent utiliser tous les documents à leur disposition pendant la recherche (bilans précédents dans les cahiers de leçons / recherche ; fiche méthode ; ...).

Sur les conseils de la Prof Doc qui souhaite inciter les élèves à consulter d'eux-mêmes des documents multiples à leur disposition, nous ne parcourons que très rapidement la fiche méthode, sans nous étendre.

**RECHERCHE MATHÉMATIQUES : chercher, raisonner, communiquer** source : DREAMaths

3èmes

**I - TRACE ECRITE de RECHERCHE INDIVIDUELLE : NE RIEN EFFACER**

Étape 1 : Ce que je comprends du sujet de recherche

Ce que je comprends	Les questions que je me pose

Étape 2 : Ce que je propose comme recherche pour répondre au sujet

- **Se lancer** : je dessine un schéma, je construis un tableau, ... pour reformuler le sujet
- **Noter ses idées comme elles viennent** : une idée de thème ou d'enquête, des exemples, des contre-exemples, des calculs, ...
- **Résumer ses idées** : je sélectionne les idées qui vont être utiles pour répondre et je les organise à l'écrit pour les expliquer clairement à mes camarades

- Présentation du support destiné à recueillir leur trace écrite de recherche (la classe l'utilise pour la première fois) :

Feuille A3 avec 4 zones périphériques pour recueillir les traces écrites individuelles et 1 zone centrale pour préparer la trace écrite du groupe.

### III- Lecture (+ recherche) individuelle de l'énoncé :

En observant les élèves, nous constatons que certains se lancent directement dans des calculs en choisissant des valeurs simples pour 'n'. D'autres prennent le temps de lire spontanément la fiche méthode et semblent rassurés par la présence d'un "guide" pour structurer leur trace écrite : ils commencent à se lancer.

Après consultation des traces écrites rédigées pendant ce laps de temps, deux tiers des élèves ont commencé leur recherche individuelle à l'écrit.

Avant de lancer la recherche en groupes, nous nous assurons de la compréhension de l'énoncé par chaque élève et répondons à leurs questions :

- 1ere question d'un élève qui a régulièrement besoin d'être rassuré : "madame, il faut dire si c'est vrai ou faux, c'est ça ?".

- question du prof : "est-ce que vous comprenez ce que signifie "dans l'expression  $n^2 - n + 11$ , avec la lettre 'n'...?" "

réponse/question d'élèves : "ben oui, on peut choisir n'importe quel nombre pour 'n', même un nombre négatif" ou encore "madame, est-ce qu'on peut dire que c'est comme 'x'?"

→ nous lisons jusqu'à ... "entier positif" et là, les élèves verbalisent eux-mêmes le fait qu'un entier positif est un nombre qui sert à compter. Je précise que le lien avec la lettre 'x' est une bonne idée, car on a l'habitude de l'utiliser aussi pour désigner n'importe quel nombre, mais parmi une famille encore plus grande : avec des fractions, des nombres à virgules, etc... (je prononce le mot 'réel' sans m'y attarder, mais je ne manquerai pas de revenir sur cette question d'élève au début de la séquence sur le calcul littéral!)

- comme il y a eu une séance préalable où la notion de diviseur a été très rapidement réinvestie, nous ne nous étendons pas sur la fin de l'énoncé : je demande simplement, "tout le monde se rappelle ce qu'est un diviseur?" réponse unanime (du moins pour ceux qui ont émis un son) "oui".

→ deux questions d'élèves cependant : "comment ça 2 diviseurs? Il ne peut pas y en avoir qu'un seul ?". "Madame, ils n'ont pas un nom particulier ces nombres là...? ça me rappelle quelque chose..." Nous les invitons à en reparler dans leur groupe.

- dernière question (par le même élève que la 1ère) : "madame, on a droit à la calculette ?". Autorisée !

### IV- Recherche en groupes de 4 élèves :

Avant de démarrer, nous invitons les élèves à consulter la fiche méthode pour organiser le travail de groupe et les accompagnons en passant dans les groupes pour la répartition des rôles : les volontaires pour être 'garants des débats' (ou 'gardiens du bruit' qui acceptent que nous gardions leur carnet de correspondance en cas de débordement du groupe pendant la séance) sont majoritairement des élèves manifestant habituellement des difficultés à rester concentrés, fiers d'être responsabilisés.

**II – ORGANISATION du TRAVAIL en GROUPE****Étape 1 : Notre répartition des rôles dans le groupe de travail**

Maître-esse du temps	Secrétaire	Garant-e des débats	Rapporteur-trice à l'oral

**Étape 2 : Nos notes pour préparer la présentation**

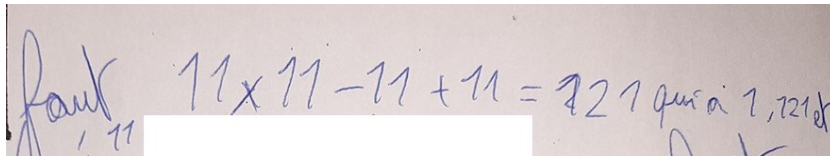
- **Écouter** : les idées individuelles de chacun.
- **Noter toutes les idées de chacun** : mission du secrétaire qui fait répéter si besoin.
- **Choisir les idées et les résultats les plus pertinents pour répondre au sujet de recherche** : se mettre d'accord en donnant des arguments pour prouver que c'est vrai ou faux.
- **Noter la façon dont on arrive à ces résultats** : les différentes étapes organisées de façon logique et claire, les preuves (schémas, contre-exemples, calculs, propriétés du cours, ...)
- **Préparer une affiche** : avec
  - un titre
  - les tableaux, graphiques, calculs, ... avec leurs titres pour dire ce qu'ils représentent
  - le texte avec les arguments écrit assez gros et pas trop long
  - les noms des auteurs + la date

**Étape 3 : Notre présentation de l'affiche**

pouvoir reformuler le contenu de l'affiche sans la lire et répondre aux questions de la classe sur le sujet.

En passant dans les groupes, les élèves nous interpellent parfois pour valider l'adéquation entre leur construction de réponse commune et ce qu'ils comprennent de la fiche méthode.

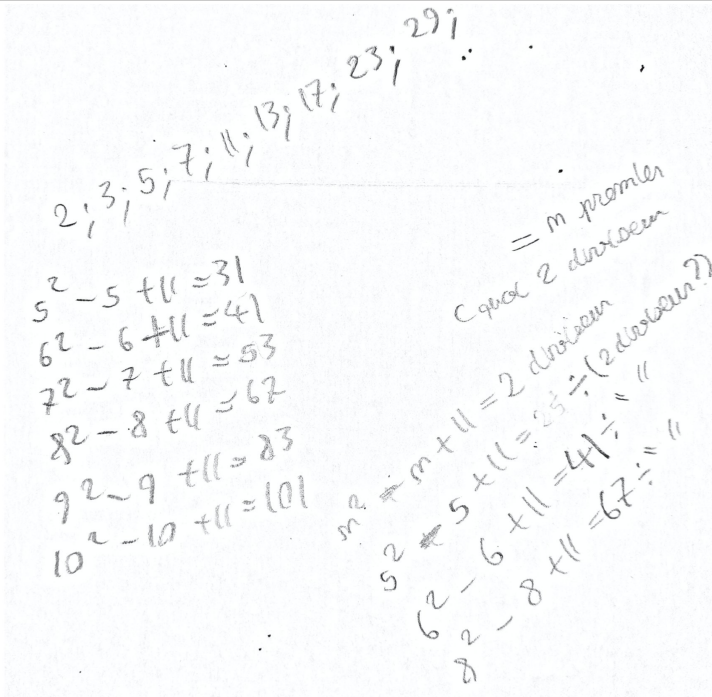
Dans un groupe, un élève (ayant habituellement des difficultés à rester concentré), dès la phase de recherche individuelle, a noté :



Il passe le temps de travail en groupe à expliquer sa position à ses camarades, le secrétaire du groupe étant un élève à fragilités mais très volontaire pour progresser ... donc exigeant pour comprendre l'explication de son camarade!

Nous notons la pertinence des remarques de certains élèves présentant habituellement des difficultés à rester concentrés, qui semblent bien plus à l'aise dans ces modalités de travail que lors d'activités plus classiques, par exemple d'entraînement au DNB.

Nous relevons qu'une des élèves les plus à l'aise de la classe semble en revanche perturbée par ce fonctionnement : elle continue à rédiger des éléments de réponse dans sa zone de trace écrite individuelle (voir extrait ci-après) pendant la phase de recherche en groupe. Je l'invite à faire part à ses camarades de ses réflexions, qui lui posent des questions pour comprendre ce qu'elle est en train d'écrire, en particulier le symbole de division suivi par "2 diviseurs" en toutes lettres...



Évocation spontanée du terme “nombres premiers” dans quelques groupes, avec notamment un “Madame, je me rappelle plus comment on peut retrouver tous ceux qui sont plus petits que 20”...

Dans d'autres groupes, besoin d'un coup de pouce pour ne pas confondre la recherche des diviseurs de 'n' avec ceux du résultat de 'n<sup>2</sup> - n + 11'.

Nous constatons un effet très bénéfique du travail de groupe sur l'entraînement de tous les élèves (exceptés 2, à profils très particuliers) à :

- chercher des diviseurs en “divisant par un nombre entier plus petit avec la calculatrice”.
- réaliser que “si on trouve un diviseur, on en trouve forcément un deuxième.”
- chaque nombre entier positif (plus grand que 1) a au moins 2 diviseurs : 1 et lui-même.

Si ce que nous avons entendu/observé pendant la recherche semblait indiquer qu'une majorité d'élèves maîtrisaient bien la distinction entre multiples et diviseurs, les traces écrites sur les affiches finales dénoncent parfois un décalage entre ce qui semble être compris et ce qui l'est réellement :

- ceci peut dans certains cas provenir du fait que les paroles que nous entendons pendant la recherche viennent d'élèves à facilités, tandis que les écrits rédigés par les ‘secrétaires’ moins à l'aise sont parfois une retranscription de ce qu'ils ont eux-même retenu des explications orales de leurs camarades (confusion “être divisible par” et “être un diviseur de”...).

#### trace écrite d'un élève à facilités

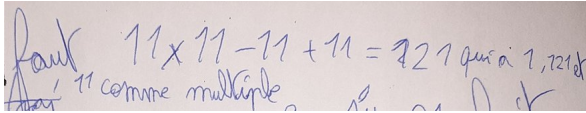
**Réponse + argument:**  
 $15^2 - 15 + 11 = 221$ . 221 a plus de 2 diviseurs. Car il est divisible par 17.  
 Il n'est pas divisible par 3, 5 et 10 parce qu'il ne finit pas par 0 ou 5.  
 Donc l'énoncé est faux car certains nombres entiers positifs ont plus de 2 diviseurs.

#### affiche rédigée par le secrétaire

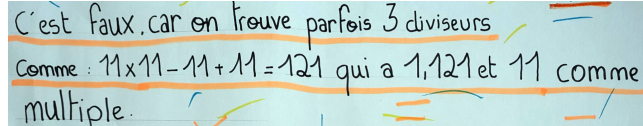
221 a plus de 2 diviseurs. Car il est divisible par 17.  
 Il n'est pas divisible par 3, 5, 10.  
 $2 + 2 + 1 = 5$ . 5 n'est pas un multiple de 221.  
 221 ne finit pas par 5 ou 0 ce n'est pas un diviseur de 5.  
 221 ne finit pas par 0 donc ce n'est pas un diviseur de 10.

- Ou que les élèves ayant donné des explications ont encore besoin d'approfondir leurs connaissances.

**trace individuelle**



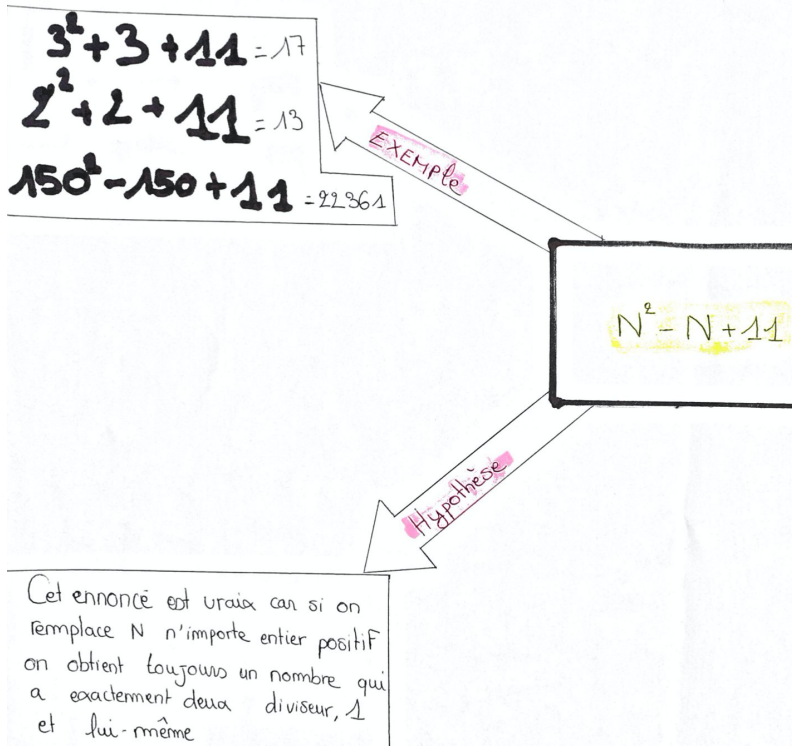
**affiche rédigée par le secrétaire**



**V- Débât**

Nous présentons les règles de prise de parole pendant le débât : "je ne comprends pas parce que ..." ou "je (ne) suis (pas) d'accord parce que ..."

- Présentation en premier des affiches des 2 groupes ayant considéré l'énoncé comme VRAI. Les auditeurs n'ont pas de questions car les exemples présentés vont dans le sens de montrer que l'énoncé est vrai ou ils conduisent à un résultat trop grand pour qu'ils puissent le vérifier de tête... Je m'appuierai sur l'exemple avec n=150 ayant conduit à 22 361 pour aborder la décomposition en facteurs premiers et leur montrer l'intérêt de la touche 'Decomp' de leur calculatrice.



- Présentation de l'affiche du groupe ayant considéré que "ça dépend". Le premier point ayant fait débât est que parmi les exemples présentés par le groupe comme justifiant que l'énoncé est parfois faux, il y avait n=7, alors même que le 1er groupe l'avait utilisé pour justifier que l'énoncé était vrai.

**affiche "VRAI"**

ont a essayer aussi avec 7.  
 $7^2 - 7 + 11 = 53$ .  
 a trouver que 2 possibilité

**affiche "ça dépend"**

Faux  
 $7^2 - 7 + 11 = 53$

Cela a été l'occasion pour la majorité des élèves auditeurs de sortir leurs calculatrices et de partager leurs méthodes de recherche de diviseurs :

→ pour la plupart, en essayant de diviser 53 par un nombre entier inférieur, et en s'assurant que le résultat obtenu "n'a pas de virgule".

→ pour les quelques plus aguerris, avec les nombres premiers connus inférieurs à 53 et les critères de divisibilité

Je m'appuierai sur ce témoignage pour la séance suivante sur la décomposition en facteurs premiers !

Par ailleurs, en fin de présentation, l'élève pré-cité comme ayant trouvé dès la recherche individuelle un contre-exemple à l'énoncé, intervient en fin de présentation : "On peut pas dire "ça dépend". Dans l'énoncé on nous dit "TOUJOURS". Du coup, dès qu'on trouve un calcul qui marche pas, alors c'est que c'est pas vrai!" ...

- Présentation des affiches des 3 groupes ayant considéré l'énoncé comme FAUX.

A cette occasion, les critères de divisibilité par 2, 3, 9, 5 et 10 ont été ré-exposés par un groupe à toute la classe.

J'en ai profité pour souligner que le contenu écrit de l'affiche montrait une confusion 'multiple' / 'diviseur'.

221 a plus de 2 diviseur. Car  
 il est divisible par 17.  
 Il n'est pas divisible par 3, 5, 10.  
 $2 + 2 + 1 = 5$ . 5 n'est pas un multiple de 221  
 et  
 221 ne fini pas par 5 ou 0 ce n'est pas  
 diviseur de 5  
 221 ne fini par 0 donc ce n'est pas un diviseur  
 de 10

Je m'appuierai sur cet exemple précis de '221' pour reformaliser les critères de divisibilité à la séance suivante.

## VI- Synthèse

1) Un énoncé mathématique  
 est soit VRAI soit FAUX.  
 On ne peut pas écrire "ça dépend"!

2) Des exemples NE SUFFISENT PAS  
 pour prouver qu'un énoncé est vrai.

3) Un seul CONTRE-EXEMPLE  
 suffit pour montrer qu'un énoncé  
 est faux

→ lien avec la théorie du complet.

définition : un nombre premier est  
 un nombre qui n'a que 2 diviseurs :  
 1 et lui-même!

L'institutionnalisation ci-avant partagée avec toute la classe et recopiée dans le cahier de leçons est directement extraite de la verbalisation par des élèves.

Ceci même pour la définition d'un nombre premier : à l'exception du "N'a QUE 2 diviseurs" que j'ai suggéré alors que l'élève qui prenait la parole avait employé "a EXACTEMENT 2 diviseurs". En effet, il y avait débat sur le fait que 2 diviseurs est le minimum qu'on puisse obtenir... sauf pour '1' comme l'a judicieusement indiqué un autre élève en séance !

Par ailleurs, à l'occasion de la synthèse sur les règles de logique mathématique, la professeure documentaliste a rebondi spontanément auprès des élèves pour leur indiquer que c'est exactement ce qu'ils retravailleraient au moment de leur séquence sur la théorie du complot : ou comment certains medias s'appuient sur quelques exemples bien choisis pour véhiculer un principe de vérité faux... ; ou encore comment exercer son esprit critique pour identifier un contre-exemple factuel parmi les informations accessibles, pour se forger sa propre opinion.