Extrait Cahier d'élève

Classe de 3ème2

2018-2019 - Clg Emile Zola

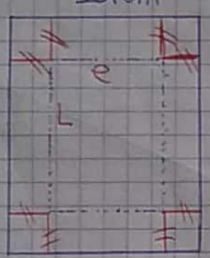
La boîte sans couvercle

Enoncé = à partir d'une feuille A4, construire le patron d'une boîte sans couvercle qui a la forme d'un parallélépipède rectangle et qui a le plus grand volume possible.

Quelles sont ses dimensions?
↳ L, ℓ, h

Bilan =

Schéma du patron.



$L = 29{,}7 - 2 \times h$

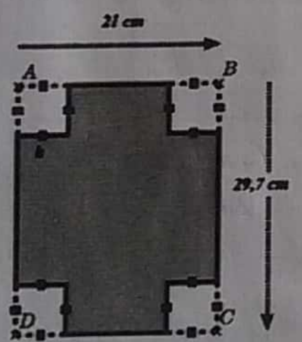
$\ell = 21 - 2 \times h$

$V = L \times \ell \times h$

Bilan de la recherche - 3ème 2

L = longueur
ℓ = largeur

- Les dimensions d'une feuille A4 sont: L = 29,7 cm et l = 21 cm
- Formule pour calculer le volume d'un parallélépipède rectangle : V = L x l x h
- On choisit de d'abord faire varier la hauteur puis de recalculer la longueur et la largeur.
- On utilise un patron de ce type pour trouver le plus grand volume possible :



- **Plus grand volume calculé** :

  h = 4 cm ; L = 29,7 cm - 2 x 4cm = 21,7 cm et l = 21 cm - 2 x 4cm = 13 cm

  V = 21,7 x 13 x 4 = 1128 donc **V = 1128 cm³**
- Il faut se fier aux calculs et non aux mesures faites sur le patron, elles ne sont pas précises
- **On n'est pas certain que c'est le plus grand volume possible**
- Ce n'est pas parce que l'aire du patron est la plus grande possible que le volume de la boite l'est également. Les cas extrêmes ne sont pas concluant.

I - Recherche de la solution maximale

Pour trouver le plus grand volume, il faut faire plein d'essais en faisant varier la hauteur.

On va utiliser le tableur =
↳ il faut des formules.

. formule pour calculer la longueur (L) de la boîte en fonction de la hauteur. L longueur ; h hauteur

$L = 29{,}7 - 2h$

. formule pour calculer la largeur (ℓ) de la boîte en fonction de la hauteur. ℓ largeur ; h hauteur

$\ell = 21 - 2 \times h$

On procède par dichotomie avec le tableur pour chercher le volume maximal avec une précision, pour la hauteur, à l'unité, puis au dixième, puis au centième...

Le volume max trouvé est 1128,49 cm³ pour une hauteur de 4,04 cm.

II - Le volume de la boîte FONCTION de la hauteur

On note V le volume de la boîte et h la hauteur.

Le volume V se mesure en cm³

La hauteur h se mesure en cm

Le volume varie en fonction de la hauteur h.

Formule (expression algébrique)

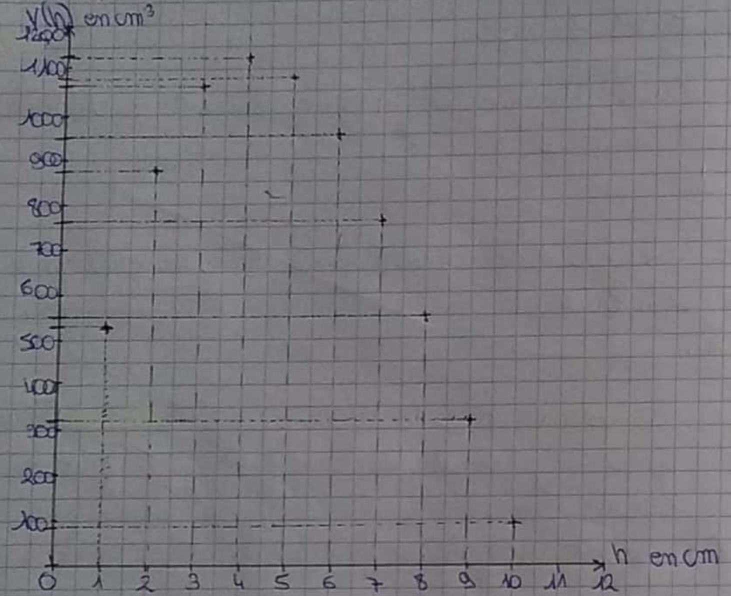
$V(h) = \underbrace{(29{,}7 - 2h)}_{\text{longueur}} \times \underbrace{(21 - 2h)}_{\text{largeur}} \times \underbrace{h}_{\text{hauteur}}$

↳ notation = V(h) se lit "V de h" sous-entendu, "V qui dépend de h"

V est une fonction qui dépend de h.

Avec une fonction, on peut

* faire des calculs et obtenir un tableau des valeurs
* placer des points sur un graphique et obtenir un représentation graphique



De manière générale, on utilise en mathématique une fonction, pour étudier l'évolution d'une grandeur en fonction d'une autre.
(ici, c'est le volume en fonction de la hauteur).
Il y a trois manière de décrire un fonction =

* l'expression algébrique
* le tableau valeur
* la représentation graphique.

III - Utilisation et vocabulaire sur les fonctions

Notation =

$\underbrace{f(x)}_{\text{antécédent}} = \underbrace{x+1}_{\text{image}}$

$f : x \longmapsto x+1$

1	2
0	1
3	10
5	26

1	−1
−1	−1
3	15
6	−3
5	47
10	197
7	95
12	285

5	21
1	1
2	6
3	11
2,5	8,5
10	46
0	−4
−4	−24

5	−3
0	7
1	5
3	1

24p118 =

a) x

$x \times x = x^2$

$x^2 - 3x$ ← résultat ✓
dernière image

programme / formule → $f(x) = x^2 - 3x$ ✓
ou
$f : x \to x^2 - 3x$ ✓

b) -2

$-2 \times (-2) = 4$

$4 + 6 = 10$ ← image

$f(-2) = 10$ ✓
ou
$f : -2 \to 10$ ✓

10 est l'image de son antécédent −2 par la fonction f.

28p118 =

a) $f(x) = \frac{1}{x}$ ← image ; antécédant

($\frac{1}{x}$ est l'inverse de x)

Non car 0 ne fonctionne pas mais tout les autres nombres fonctionnent.
↘ 0 n'a pas d'inverse.

b) $f(5) = \frac{1}{5}$ ✓

$f : -10 \to -\frac{1}{10}$ ✓

$f(0{,}25) = \cancel{25} = \frac{1}{0{,}25} = 4$

$f : \frac{1}{9} \to 9$ ✓

c) $f(\frac{1}{3}) = 3$ ✓

$f(-\frac{1}{4}) = -4$ ✓

$f : 5 \to 0{,}5$ ✓

$f : 7 \to \frac{1}{7}$ ✓

41p119 =

a) L'image de 3 par la fonction $f(x)$ est 4 ✓

b) L'image de 2 par la fonction $f(x)$ est 3 ✓

c) −3 a pour image 2 par la fonction $f(x)$ ✓

d) 3 a pour image 4 par la fonction $f(x)$ ✓

e) 0 et 4 ont pour image −4, et −4 et 1 ont pour image 5 par f. par f

43p119 =

a) si $g(x) = -3x + 4$ alors $g(2) = \cancel{2 \times (3) = -6 + 4 = -2}$ $-3 \times 2 + 4 = -6 + 4 = -2$ ✓

donc $g(2) = -2$ → R-2

b) si $h(2) = 2$ alors $g(x) = -x$ lui est égale → R-2. ✓

c) $t(5) = 0{,}2$ → R-2 ✓

49 p120 =

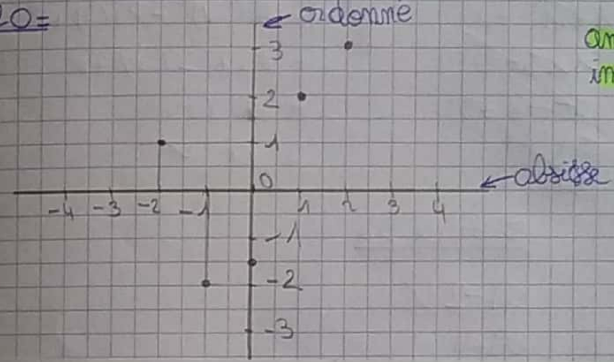
a) $f(3) = -0{,}4$ ✓

$f(2) = -0{,}8$ ✓

b) L'antécédant de −2 par f est −1 et 1 → $f(-1) = -2$ / $f(1) = -2$

L'antécédant de −3,2 par f est −0,5 et 0,5 → $f(-0{,}5) = -3{,}2$ / $f(0{,}5) = -3{,}2$

51p120 =



antécédant = abscisse
image = ordonné

Page 1/ 1 — Fiche de révisions

Exercice 1

▶1. On donne $f : x \longmapsto x + 4$
$g : x \longmapsto 5x^2 - 8x + 8$

a) Quelle est l'image de −2 par la fonction f ?

b) Quelle est l'image de 2 par la fonction g ?

c) Calculer $f(2)$.

d) Calculer $g(-1)$.

▶2. Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction h.

x	−4	−3	−2	−1	0	2	3
$h(x)$	−1	−2	3	0	−3	−4	2

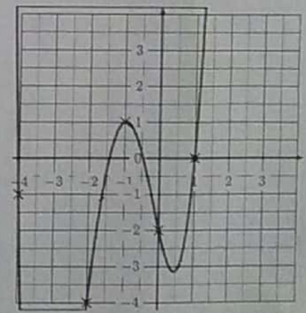
a) Quelle est l'image de −4 par la fonction h ?

b) Compléter : $h(0) = \ldots\ldots$

c) Quel est l'antécédent de 0 par la fonction h ?

d) Compléter : $h(\ldots\ldots) = 2$

▶3. Le graphique ci-dessous représente une fonction k :



a) Quelle est l'image de 0 par la fonction k ? −2

b) Compléter : $k(-2) = -4$.

c) Donner un antécédent de -1 par la fonction k.

d) Compléter : $k(\ldots\ldots) = 0$

Exercice 1 =

a) $g = -2 \longrightarrow -2+4 = 2.$

b) $g = 2 \longrightarrow 2 \times 2 = 2^2$

$\cancel{2^2 \times 5 = 10^2}$

$\cancel{10^2 - 16 + 8 = 10^2 - 8.}$

$5 \times (2)^2 - 8 \times 2 + 8$
$= 20 - 16 + 8$
$= 20 - 8$
$= 12$

donc $g = 2 \longrightarrow 10^2 - 8.$

c) $f(2) = 2+4 = 6.$

d) $\cancel{g(-1) = -1 \times -1 = 1^2 = 1}$

$\cancel{1 \times 5 = 5}$

$\cancel{5 - 8 + 8}$

$\cancel{5+8+8}$

$\cancel{21}$

$g(-1) = 5(-1)^2 - 8 \times (-1) + 8$
$= 5 \times 1 - (-8) + 8$
$= 5 + 8 + 8$
$= 21.$

Exercice 2 =

a) $h(-4) = -1$

b) $h(0) = -3$

c) $h(-1) = 0$

d) $h(3) = 2$

Exercice 3 =

a) -2

b) -4

c) -4

d) 1

Equation du 1ère degrès =

Ex 3.

$\cancel{x + 2x = 38}$

$\cancel{3x = 38}$

Exercice 2

►1. On donne $f : x \longmapsto -9x+6$
$g : x \longmapsto -7x^2 - 9x - 8$

a) Quelle est l'image de -4 par la fonction f ?

b) Quelle est l'image de 1 par la fonction g ?

c) Calculer $f(4)$.

d) Calculer $g(-1)$.

►2. Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction h.

x	-4	-3	-2	-1	0	2	3
$h(x)$	0	-4	3	2	-2	-3	-1

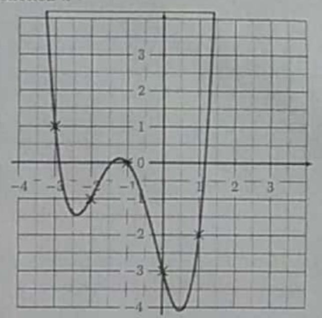
a) Compléter : $h(-4) = \ldots\ldots$

b) Quel est l'antécédent de -3 par la fonction h ?

c) Compléter : $h(\ldots\ldots) = 3$

d) Quelle est l'image de 0 par la fonction h ?

►3. Le graphique ci-dessous représente une fonction k :



a) Donner un antécédent de 1 par la fonction k.

b) Compléter : $k(-2) = \ldots\ldots$

c) Quelle est l'image de 0 par la fonction k ?

d) Compléter : $k(\ldots\ldots) = -2$

Expression algébrique de la fonction V

h désigne la hauteur de la boite sans couvercle, en centimètre. Son volume varie **en fonction de** cette hauteur. On peut le calculer grâce à la formule suivante :

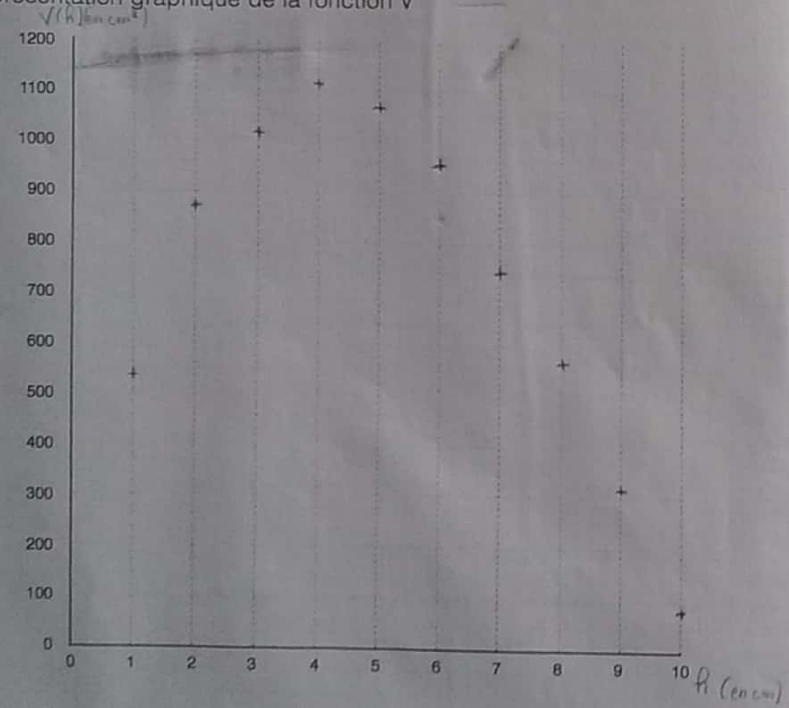
$$V(h) = \underbrace{(29{,}7-2h)}_{L} \times \underbrace{(21-2h)}_{\ell} \times h$$

« V(h) » si prononce « V de h » sous entendu « V qui dépend de h »

Tableau de valeur de la fonction V

h (hauteur, en cm)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V(h) (volume, cm^3)	0	526,3	873,8	1066,5	1128,4	1083,5	955,8	769,3	548	315,9	97

Représentation graphique de la fonction V



III - Utilisations et vocabulaire sur les fonctions

Lien entre le tableau de valeurs et l'expression algébrique

Définition : on appelle antécédent le "nombre de départ" et on appelle image le "résultat" associé

8	65
9	82
10	101
x	x^2+1

$f : x \longmapsto x^2+1$

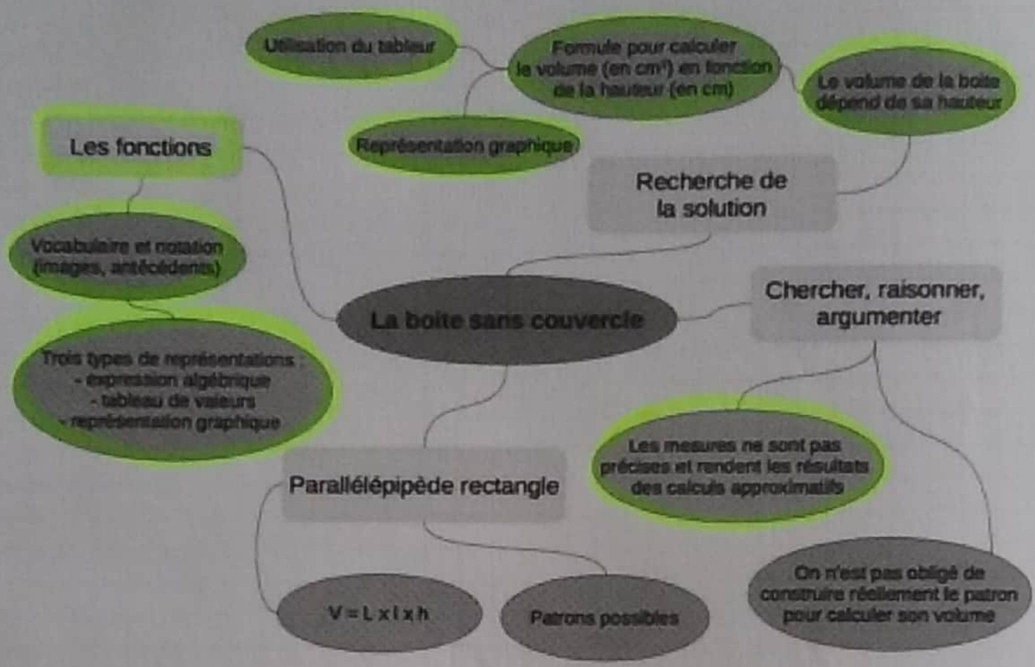
46	4229
2	5
19	719
10	197
1	-1
-3	15
0	-3
x	$2x^2-3$

$g : x \longmapsto 2x^2-3$

0	-4
5	21
1	1
-5	-29
x	$5x-4$

0	7
4	-1
-4	15
2	3
1	5
x	$-2x+7$

Bilan de l'étude du problème



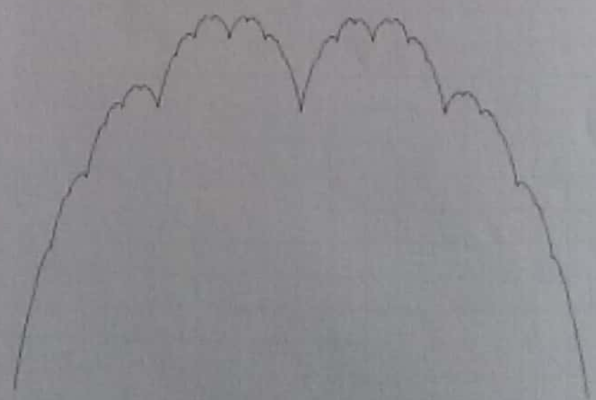
Culture et informations mathématiques actuelles

Les fonctions sont très utilisées en sciences. Elles peuvent servir à modéliser des situations et à aider à prévoir ce qu'il va se passer (l'exemple le plus connu est celui de la météo).
Il y a des fonctions avec des représentations graphiques et des expressions algébriques assez étranges.

En voici un exemple :

La fonction ci-contre n'a pas d'expression algébrique simple.

On la surnomme la fonction « **blanc manger** » en rapport avec sa forme de gâteau du même nom.



FICHE DE RÉVISIONS

Exercice 1

►1. On donne $f : x \longmapsto x+4$
$g : x \longmapsto 5x^2 - 8x + 8$

a) Quelle est l'image de -2 par la fonction f ? f : -2 ↦ +2 + 4 (c'est 2)

b) Quelle est l'image de 2 par la fonction g ? g 2 ↦ 5×2² − 8×2 + 8 c'est 12)

c) Calculer $f(2)$. 6

d) Calculer $g(-1)$. 21

►2. Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction h.

x	-4	-3	-2	-1	0	2	3
$h(x)$	-1	-2	3	0	-3	-4	2

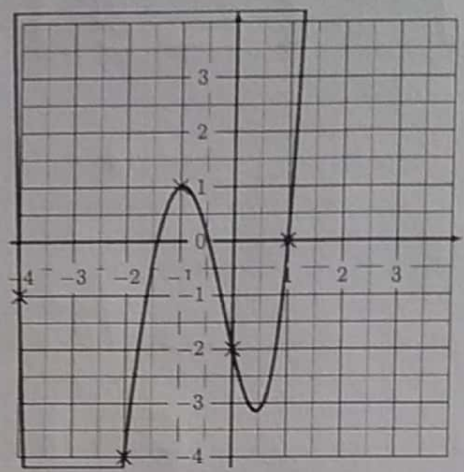
a) Quelle est l'image de -4 par la fonction h ? -1

b) Compléter : $h(0) =$ ..-3.

c) Quel est l'antécédent de 0 par la fonction h ? -1

d) Compléter : $h($.3..$) = 2$

►3. Le graphique ci-dessous représente une fonction k :



a) Quelle est l'image de 0 par la fonction k ? -2

b) Compléter : $k(-2) =$ ...4

c) Donner un antécédent de -1 par la fonction k. -4

d) Compléter : $k($.1..$) = 0$

Exercice 2

►1. On donne $f : x \longmapsto -9x+6$
$g : x \longmapsto -7x^2 - 9x - 8$

a) Quelle est l'image de -4 par la fonction f ?

b) Quelle est l'image de 1 par la fonction g ?

c) Calculer $f(4)$.

d) Calculer $g(-1)$.

►2. Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction h.

x	-4	-3	-2	-1	0	2	3
$h(x)$	0	-4	3	2	-2	-3	-1

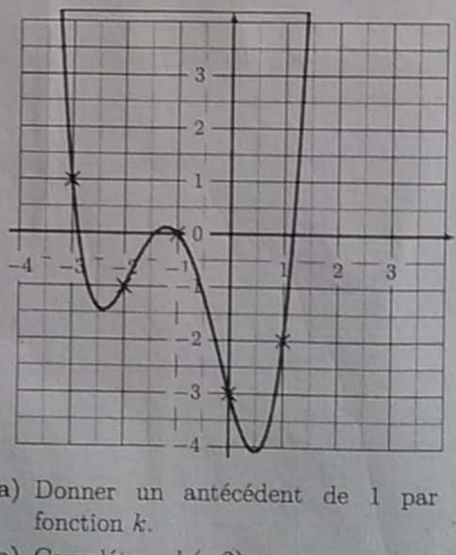
a) Compléter : $h(-4) =$ ......

b) Quel est l'antécédent de -3 par la fonction h ?

c) Compléter : $h(......) = 3$

d) Quelle est l'image de 0 par la fonction h ?

►3. Le graphique ci-dessous représente une fonction k :



a) Donner un antécédent de 1 par la fonction k.

b) Compléter : $k(-2) =$ ......

c) Quelle est l'image de 0 par la fonction k ?

d) Compléter : $k(......) = -2$

Extrait Cahier d’élève

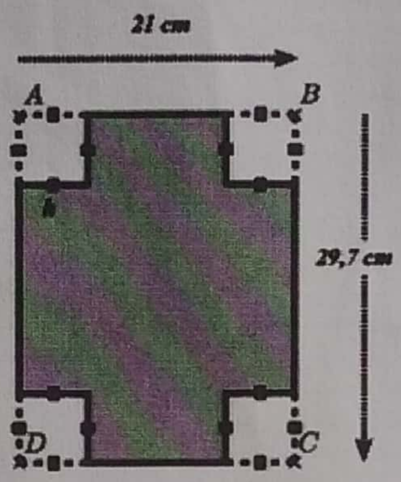
Classe de 3ème5

2018-2019 - Clg Emile Zola

La boite sans couvercle

Bilan de la recherche - 3ème 5

- Il ne faut pas se fier aux mesures pour faire les calculs, elles ne sont pas toujours précises
- Il n'y a pas de lien direct entre la surface du patron et le volume de la feuille
- Les dimensions d'une feuille A4 sont: L = 29,7 cm et l = 21 cm
- Formule pour calculer le volume d'un parallélépipède rectangle : V = L x l x h
- On obtient un patron de ce type pour trouver le plus grand volume possible :



- Si on augmente la hauteur de 1 cm, il faut enlever 2 cm à la longueur et 2 cm à la largeur.
- **Plus grand volume calculé** :

  h = 4 cm ; L = 29,7 cm - 2 x 4cm = 21,7 cm et l = 21 cm - 2 x 4cm = 13 cm

  V = 21,7 x 13 x 4 ≈ 1128 donc **V = 1128 cm³**
- **On n'est pas certain que c'est le plus grand volume possible**

On rappelle l'énoncé du problème des triangles rectangles entiers :

Quels sont les triangles rectangles dont la longueur de chaque côté est un nombre entier naturel ?

Lors de la recherche, plusieurs conjectures ont été formulées concernant les propriétés des nombres entiers qui représentent les mesures des longueurs.

Les voici (légèrement reformulées) :

Conjecture n°1 : si les trois nombres sont des nombres premiers et impairs alors le triangle sera rectangle (entier). (Ex: (11 ; 13 ; 17))

Conjecture n°2 : on ne peut pas obtenir un triangle rectangle entier avec trois nombres impairs.

Que pensez-vous de chaque conjecture ? Quel(s) argument(s) peut-on donner ?

Collez cette fiche et répondez-y dans la partie rituelle du cahier de mathématiques.

Rappel : en AP, nous avons prouvé que le carré d'un nombre pair est toujours pair et que le carré d'un nombre impair est toujours impair...

I - Recherche de volume maximale.

Il faut faire plusieurs essais avec des hauteurs différentes.
Pour en faire beaucoup, il faut utiliser un tableur.
Pour utiliser au mieux le tableur, il faut des formules.
Formule pour calculer la Longueur en fonction de la hauteur : L : longueur ; h : hauteur. $L = 29,7 - 2 \times h$

Formule pour calculer la largeur en fonction de la hauteur :
l = largeur ; h : hauteur.

$l = 21 - 2 \times h$

Avec le tableur, en procédant par dichotomie (des essais de plus en plus précis) on trouve un volume maximal de 1 128,495099 cm³ pour une hauteur de 4,042 cm (précision au millième près).

II. Le volume de la boîte fonction de la hauteur.

Le volume de la boîte, noté V, varie en fonction de la hauteur, notée h.
Pour l'étudier, on utilise une fonction.

29 p 118 :

a) $f(x) = x^2 - 3 \times x$

$f : x \longrightarrow x^2 - 3 \times x$

29 p 118 :

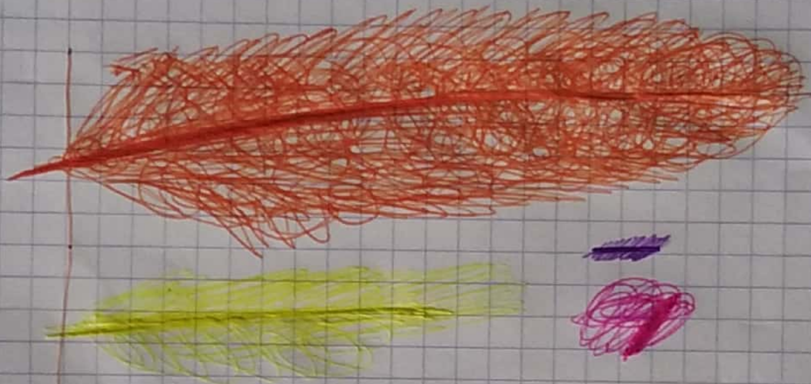
1. 2
2. 4
3. 1
4. 3

41 p 119 :

a 4
b 3
c. -3
d. 3
e -4 et 1 (5) + 0 et 4 (-4)

43 p 119 :

a) R 2
b) R 2
c) R 1



68 p 124

x	-3	-1	0	-5	6	-2
$f(x)$	5	-3	-2	-5	-3	-6

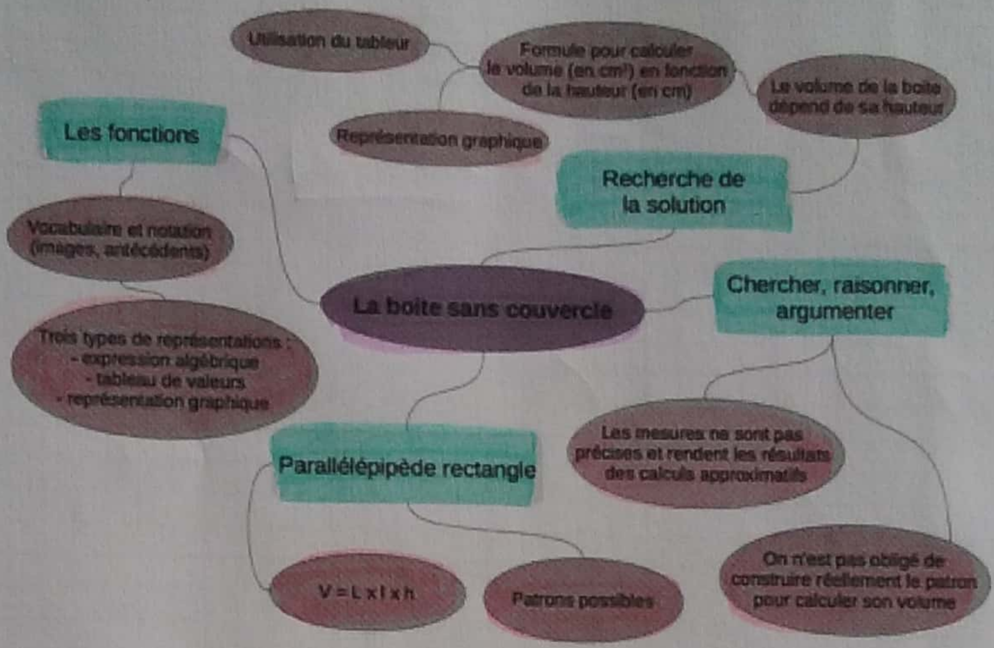
x	-2	0	3	-3	0	5
$g(x)$	0	-3	3	-5	-2	-3

77 p

a) $x = -4$
b) $x = -6$
c) $x =$
d) $x = 0$

c. -7
d. 0
e. $f(-7) = g(0)$

Bilan de l'étude du problème



Culture et informations mathématiques actuelles

Les fonctions sont très utilisées en sciences. Elles peuvent servir à modéliser des situations et à aider à prévoir ce qu'il va se passer (l'exemple le plus connu est celui de la météo).
Il y a des fonctions avec des représentations graphiques et des expressions algébriques assez étranges.

En voici un exemple :

La fonction ci-contre n'a pas d'expression algébrique simple.

On la surnomme la fonction « **blanc manger** » en rapport avec sa forme de gâteau du même nom.