Extrait cahier élève de 5ème4
-
Clg Emile Zola, Belleville
2018-2019

Quel Quotien ?

Enoncé :

On étudie les nombres compris entre 0 et 1, qui sont le quotient de deux nombre entiers.

parmis ces nombres, quel sont ceux qui sont des nombres ~~entiers~~ décimaux ?
Comment décrire les autres.

* Quotient : C'est le résultat d'une division

* nombre décimal : Il s'écrit avec une virgule et se termine (la partie décimal n'est pas infinie)

1) Pour obtenir un nombre compris entre 0 et 1 il faut diviser un nombre par un supérieur

2) ~~Oui~~ Oui car

3) 1/8

bilan de la recherche :
, le nombre qu'on divise s'appelle dividende.
le nombre par lequel on divise s'appelle diviseur
ou = dividende ÷ diviseur = quotient
pour que le quotient soit compris entre 0 et 1 il faut :
dividende ≤ diviseur
Pour un quotient, il existe plusieur division :
* On peut multiplier le dividende et le diviseur par un même nombre.
* on peut prendre un autre dividende et un autre diviseur

qui sont proportionnels
Un nombre entier est un nombre décimal. $1 = 1,0$
sa partie décimal est nul

$2 \div 3 = \underbrace{0,66666666\ldots}_{\text{partie décimal infini}}$

ce n'est pas un nombre décimal
autre exemple :
$8 \div 9 = 0,888888 = 0,8888888\,9$ arrondi

1 Reconnaître les nombres décimaux
exemple de nombre décimaux compris entre 0 et 1

0,0099 0,1 0,23786 0,534 0,15 0,355

pour chaque nombre, trouve une division de deux dont le résultat est ce nombre décimal

99 ÷ 100000
9 ÷ 60 = 15 ÷ 100
355 ÷ 1000
1 ÷ 10
534 ÷ 1000
23786 ÷ 100000

deux autre

bilan :

Un nombre décimal est le quotient d'un nombre entier par 1 ou 10 ou 100 ou 1000 ou 10 000 et

exemple : $0,212 = 212 \div 1000$

$2,5 = 25 \div 10$

▲ 0,3333... n'est pas un nombre décimal car il n'est pas le quotient d'un nombre entier par 1 ou 10 ou 100... ect

N II Les nombres rationnels

Exemple de quotient de deux nombres entiers qui ne sont pas décimaux.

$1 \div 3 = 0,333333...$

$1 \div 9 = 0,1111111...$

$2 \div 9 = 0,22222222...$

$4 \div 9 = 0,444444444...$

$6 \div 7 = 0,\underbrace{857142}\underbrace{857142}$ → le "857142" se répète à l'infini

$25 \div 7 = 0,\underbrace{925}\underbrace{925}\underbrace{925}9$ → le "925" se répète à l'infini

$5 \div 99 = 0,\underbrace{05}\underbrace{05}\underbrace{05}\underbrace{05}\underbrace{05}\underbrace{05}...$ → le 05 se répète à l'infini.

$1 \div 7 = 0,142857142857$ → le "142857" se répète à l'infini.

bilan :

On remarque que les quotient de deux nombre entiers qui ne sont pas décimaux ont une partie décimale infini mais périodique ~~ont~~ (qui se répète).

Conjecture : tout nombre dont la partie décimal est infinie mais périodique est le quotient de deux nombres entiers.

exemple : $0,1111... = 1 \div 9$

$0,6969\underbrace{69}... = 69 \div 99$

$0,\underbrace{253253}253253 = 253 \div 999999$

Autre écriture d'un quotien

dividende ÷ diviseur = quotient

diviseur × quotien = dividende

$1 \div 9 = 0,11111111111 \Leftrightarrow 9 \times 0,11111 = 1$

$69 \div 99 = 0,696969 \Leftrightarrow 99 \times 0,696969 = 69$

$9 \times \frac{1}{9} = 1 \qquad 3 \times \frac{1}{3} = 1 \qquad 99 \times \frac{69}{99} = 69$

$\hookrightarrow 9 \times \underbrace{\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \cdots}_{9 \text{ fois}} = \frac{9}{9} \qquad \hookrightarrow 3 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$

L'autre écriture pratique pour les quotients est la fraction

$\frac{1}{9} = 0,11111$

$\frac{1}{3} = 0,33333$

$\frac{69}{99} = 0,696969$

définition :

On appelle nombre rationel le quotient de deux nombres entiers.

Un nombre rationnel peut s'écrire :

- sous la forme d'une fraction
- avec une écriture fini ou qui se répète

Exercice : Trouvé le quotient de chaque division en utilisant l'écriture la plus appropriée (fraction ou écritures).

$3 \div 4 = 0{,}75$ ✓ ou $\frac{3}{4}$

$4 \div 10 = 0{,}4$ ou $\frac{2}{5}$

$13 \div 5 = 2{,}6$ $\frac{13}{5}$

$2 \div 3 = \frac{2}{3}$

$8 \div 100 = 0{,}08$ ou $\frac{8}{100}$

$78 \div 100 = 0{,}78$ ou $\frac{78}{100}$

$13 \div 25 = 0{,}52$ ou $\frac{13}{25}$

$1 \div 7 = \frac{1}{7}$

$5 \div 9 = \frac{5}{9}$

$8 \div 13$ $\frac{8}{13}$

Les réponses entourées en rouge représentent le cas où le quotient ne s'écrit de manier pratique, que sous forme de fraction. Le quotient n'est pas un nombre décimal

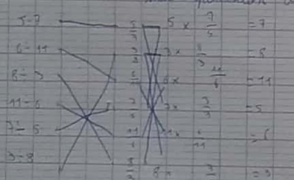
dans une division :

* Si le diviseur est lui même un diviseur de 10, 100 100 ect. alors le résultat sera décimal (ex : 4, 5, 10, 25 ect

* Si le diviseur n'est pas un diviseur de 10, 100, 1000 ect. Alors le resultat ne sera pas décimal (ex 3, 7, 9, 6 ect

	~~87~~ ✓
(1,5) ✓	1, ~~75~~ ✗
1,6 ~~...~~	1,89 ✓
1,75 ✓	1,9 ✓
1,8 ✗	1,909090909. ✓
1,85 ~~...~~ ✓	
85	

Exercice : relier chaque division a ~~...~~ chaque multiplication à trou et à chaque quotien



bilan :

on a les relations suivante

dividend ÷ diviseur = quotient

quotient = $\frac{\text{dividende}}{\text{diviseur}}$ → numérateur → dénominateur

. diviseur × quotent = dividende.

Conclusion au ~~pb~~ problème posé.

des quotients de nombres entiers compris entre 0 et 1 sont des nombres rationel.

. Si le quotient est décimal, c'est qu'on peut l'écrire sous la forme décimal (sur 10, 100, 1000 ...)

si le quotient n'est pas décimal on peut écrire en fraction mais son écriture décimale est finie

Tous les nombres ne sont pas rationel $\pi = 3{,}14$

III - Equivalence d'écriture des nombres rationnels

Exercice n° 38 page 28

$\frac{10}{6} = \frac{5}{3} = \frac{25}{15}$ $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ $\frac{27}{18} = \frac{3}{2} = \frac{15}{10}$

$\frac{45}{60} = \frac{3}{4} = \frac{21}{28}$ $\frac{26}{65} = \frac{2}{5} = \frac{18}{45}$ $\frac{49}{42} = \frac{7}{6} = \frac{84}{72}$

Exercice n° page 28

a) $\frac{34}{40}$ est faux car si on fait $40 \times 2{,}5 = 100$ mais si on fait $34 \times 2{,}5 = 85$

b) $\frac{15}{25}$ est faux car si on fait ..

c)

bilan : deux fraction sont égales si l'on multiplie / on divise les numérateurs et les dénominateur par un même nombre définition : Simplifier une fraction c'est diviser le numérateur par un même nombre pour obtenir des nombres entiers ~~plus~~ plus petit exemple : $\frac{15}{27} = \frac{5 \times 3}{9 \times 3} = \frac{5}{9}$ Fraction simplifié

$\frac{33}{77} = \frac{3 \times 11}{7 \times 11} = \frac{3}{7}$

$\frac{12}{13}$: Fraction déja simplifié

Pour Simplifier une fraction on cherche les diviseur communs au numérateur et au dénominateur.

exercice : Simplifier les fraction au 7 maximum.

$\frac{9}{6}$ $\frac{16}{21}$ $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

IV - Comparer des fractions

comparer deux fractions, c'est dire laquelle est Supérieur ou égale

ex 56, 57 et 58 page 30

$\frac{3}{5} < \frac{7}{5}$ ✓ $\frac{2}{13} > \frac{1}{13}$ ✓ $\frac{19}{23} < \frac{31}{23}$ ✓ $\frac{7,1}{6} > \frac{7}{6}$ ✓ $0 < \frac{0,15}{0,001}$ ✓

$\frac{13}{3} > \frac{1,15}{3}$ ✓

$\frac{1}{3} < 3$ ✓ $\frac{7}{13} < \frac{13}{7}$ ✓ $0 < \frac{1}{1000}$ ✓ $4 > \frac{9}{10}$ ✓ $\frac{12}{15} < \frac{30}{30}$ ✓ $\frac{999}{1000} < \frac{3}{2}$ ✓

bilan : Pour comparer deux fraction

- on peut les comparer à l'unité.
  - ↳ Si numérateur < dénominateur alors la fraction est inférieure à 1
  - ↳ Si numérateur > dénominateur alors la fraction est Supérieur à 1
- peut comparer les numérateurs si les dénominateurs sont égaux

Exercice 61 page 30

$\frac{2}{3} > \frac{1}{9}$ $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$ $\frac{12}{15} < \frac{4}{3}$ $\frac{7}{18} > \frac{3}{9}$ $\frac{19}{10} < \frac{10}{5}$

Exercice 63 page 30

Il respecte pas car pour 600 place il faut 12 place $50 \times 12 = 600$

$\frac{10}{600} < \frac{1}{50} = \frac{2}{100} = \frac{12}{600}$

ex 66 page 30-31

non car Le 1er frère a gagner $\frac{33}{60}$ et l'autre il a $\frac{153}{300}$.

c'est la 1ère note la meilleur car elle a elle a $\frac{3}{5}$ soit $\frac{12}{20}$ et l'autre $\frac{11}{20}$ $\frac{11}{20} < \frac{12}{20}$

c'est au basket que il y a plus de fille.

paisley a 75% de coton

scratch a - de 50% de coton

denim a 100% de coton

denim > Paisley < étoile < beverly < Scratch

scratch, beverly, étoile, Paisley, denim

on remarque que l'ordre est ~~...~~ inversé dans la question d et e diviser par un nombre décimal

Sans utiliser la , calculer les deux quotient suivant

4 | 25
~~14~~ | 0,624
20

7 | 13
60 | 1,85914
40
30
10
30

$4 \div 2{,}5 = \frac{4}{2{,}5} \overset{\times 4}{=} \frac{16}{10} = 1{,}6$

$7 \div 1{,}3 = \frac{7}{13} \overset{\times 10}{=} \frac{70}{13}$

Synthèse de l'étude du problème - 5ème

Deux écritures :

- écriture décimale
(finie ou infinie qui se répète)
- fraction

Lien fractions, divisions et multiplications à trou

[redacted]

[redacted]

[redacted]

Extrait cahier élève de 5ème6
-
Clg Emile Zola, Belleville
2018-2019

Quel Quotient?

Enoncer : On étudie les nombres compris entre 0 et 1, qui sont le quotient de deux nombres entiers.
Parmi ces nombres, quels sont ceux qui sont des nombres décimaux ?
Comment décrire les autres ?

Quotient : C'est le resultats d'une division : Nombre avec une virgule dont la partie après la virgule se termine.

1) Trouver l'astuce pour obtenir des des quotients compris entre 0 et 1

Bilan de la recherche :

* Le nombre que l'on divise s'appelle le **dividende**. Le nombre par lequel on divise s'appelle le **diviseur**. On a la relation

dividende : diviseur = quotient

égal ou inférieur

* Pour que le quotient soit compris entre 0 et 1 il faut : **"dividende ≤ diviseur"**

* Si **"Dividende = diviseur"** alors le quotient est toujours 1

* Il y a deux types de quotients : les quotients décimaux (ex: 1 : 2 = 0.5) et les quotients non décimaux (ex 1:3 = 0.333333 etc. ou 1:9 = 0.111111 etc.)

* Si le diviseur est le double du Dividende, alors le résultat est toujours 0.5.

* Si on double le diviseur et le Dividende, alors le quotient sera toujours le même.

* Si le diviseur et le dividende sont proportionnels, alors le quotient sera toujours le même

* Si le quotient est un nombre décimal, on peut trouver une division par 10, 100, 1000 etc. qui correspond à ce quotient (ex : 0,08 = 8 :100 ou 0,0024 = 24 : 10000)

I - Reconnaître les nombres décimaux.

Conjecture : Un quotient est un nombre décimal si c'est le résultat d'une division par 1 ; 10 ; 100 ; 1000 etc.

Exercice : Sans utiliser la calculatrice, donner le résultat des division suivantes :

$8 \div 10 = 0,8$ ✓
$14 \div 1000 = 0,014$ ✗
$5 \div 1000 = 0,005$ ✓
$4 \div 25 = 6,25$ ✗ $16 \div 100 = 0,16$
×4

$24 \div 100 = 0,024$ ✗ $0,24$
$26 \div 10 = 0,26$ ✗ $2,6$
$2 \div 5 = \cancel{2,5} \rightarrow 4 \div 10 = 0,4$
×2

Tous ces quotients sont des nombres décimaux
Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimal
Ex : $0,4 = \frac{4}{10}$; $0,005 = \frac{5}{1000}$; $2,6 = \frac{26}{10}$

II des nombres rationnels

Exemple de quotients de deux nombres entiers qui ne sont pas décimaux.

$1 \div 9 = 0,11111111...$
$1 \div 3 = 0,33333333...$
$1 \div 6 = 0,16666666...$
$4 \div 48 = 0,08333333...$

$3 \div 7 = 0,\underline{428571}\underline{4286}$ 571...
$8 \div 9 = 0,888888889$ ← arrondi de la calculatrice
$23 \div 33 = 0,6969696\cancel{9}7$ 69

Tout ces quotients ont une partie décimale infinie mais qui se répète.
On dit qu'elle est périodique.

Définition : On appelle nombre rationnel un quotient de deux nombres entiers.

Propriété (admise) : l'écriture décimale d'un nombre rationnel est
- finie
- infinie mais périodique.

$2 \times (0,33333333\ldots) = 0,66666\ldots$
$2 \times (0,66666\ldots) = 1,3333333\ldots$
$2 \times 0,676767\ldots =$

- écriture pas facile à manipuler dans les calculs
⇒ Il faut trouver une autre écriture de ces nombres : écriture fractionnaire.

$1 \div 3 = \frac{1}{3}$
$2 \div 3 = \frac{2}{3}$
$67 \div 99 = \frac{67}{99}$

n° 19 p 26.

a) $\frac{3}{2} = 1,5$ b) $\frac{5}{3} = 1,7$ c) $\frac{7}{4} = 1,8$ d) $\frac{9}{5} = 1,8$ e) $\frac{11}{6} = 1,8$ f) $\frac{13}{7} = 1,9$

g) $\frac{15}{8} = 1,9$ h) $\frac{17}{9} = 1,9$ i) $\frac{19}{10} = 1,9$ j) $\frac{21}{11} = 1,9$

OUI	NON
A-C-D-G	B = 1,66
I -	E = 1,83
	F = 1,85
	H = 1,88
	J = 1,90.

Exercice : Relier chaque division à la fraction et à la multiplication à trou correspondantes.

$7 \div 3$	$\frac{3}{7}$	$3 \times \ldots = 7$
$11 \div 6$	$\frac{6}{11}$	$7 \times \ldots = 3$
$8 \div 5$	$\frac{5}{8}$	$11 \times \ldots = 6$
$3 \div 7$	$\frac{7}{3}$	$6 \times \ldots = 11$
$5 \div 8$	$\frac{11}{6}$	$8 \times \ldots = 5$
$6 \div 11$	$\frac{8}{5}$	$5 \times \ldots = 8$

~~Tout est juste~~

Bilan :

- Tous les nombres rationnels peuvent s'écrire sous forme de fraction. Les trois formules suivantes sont liées :

Dividende ÷ diviseur = Quotient

Quotient = $\frac{\text{Dividende}}{\text{diviseur}}$ ← numérateur / ← dénominateur

diviseur × Quotient = Dividende

III Quotient ou fractions égales :

Ex : Parmi la liste de fractions ou de quotients suivants, regroupez ceux qui sont égaux.

$\frac{11}{15}$ $3 \div 5$ $\frac{2}{3}$ $\frac{16}{4}$ $13 \div 25$ $10 \div 15$ $4 \div 6$ $110 \div 150$ 4 $\frac{52}{100}$ $\frac{6}{10}$

~~Parfait~~ TB

Deux nombres rationnels sont égaux s'il y a une relation de proportionnalité entre {dividende / numérateur} et les {diviseurs / dénominateurs}

Consequence : Deux fractions sont égales si on multiplie le numérateur et le dénominateur par un même nombre pour passer d'une fraction à l'autre

Exemple :

$3 \div 5$

Exercice : Sans utiliser la calculatrice, Trouver les Fractions qui ~~correspondent~~ représentent un nombre décimal
(Pour le savoir, il faut que dans la table du dénominateur il y ait un résultat de 10, 100, 1000...)

$\frac{19}{10}$; $\frac{13}{7}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{9}{5}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{15}{8}$ ex : $\frac{11}{5} \xrightarrow{\times 2} \frac{22}{10}$ est donc décimal

$\frac{19}{10}$ est un nombre décimal

$\frac{13}{7}$ n'est pas un nombre car

$\frac{5}{3}$ = pas décimal

$\frac{7}{4}$ = OUI $\frac{7}{4} \xrightarrow{\times 25} \frac{175}{100}$

$\frac{9}{5} =$ ($\times 2$)

$\frac{11}{6}$ = n'est pas décimal

$\frac{3}{2} \xrightarrow{\times 5} \frac{15}{10}$ Oui

$\frac{15}{8} \xrightarrow{\times 125} \frac{1875}{1000}$ Oui

Bilan : une fraction représente un nombre décimal si son dénominateur est un diviseur de 10, 100, 1000

n°38 p 28

a) $\frac{10}{6} = \frac{5}{3} = \frac{25}{15}$ ✓

b) $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ ✓

c) $\frac{27}{18} = \frac{3}{2} = \frac{15}{10}$ ✓

d) $\frac{45}{60} = \frac{3}{4} = \frac{21}{28}$ ✓

e) $\frac{26}{65} = \frac{2}{5} = \frac{18}{45}$ ✓

f) $\frac{49}{42} = \frac{7}{6} = \frac{84}{72}$ ✓

Conclusion du Problème du Quotient :

- Les quotients de deux nombres entiers sont les nombres rationnels.
  Deux écritures : décimale / Fractionnaire
- On peut trouver plusieurs division / fraction pour un même quotient.
- Les nombres décimaux sont les quotients d'une division / fraction par 1 ; 10 ; 100 ; 1000 ...
- Les nombres rationnels qui ne sont pas des nombres décimaux ont une écriture décimale infinie mais qui se répète.

Division par un nombre décimal :

ex : Sans calculatrice, donner le résultat des divisions suivantes

$4 \div 2{,}5 = \cancel{3{,}625}$ $\frac{4}{2{,}5} = \frac{8}{5} = \frac{16}{10} = 1{,}6$

$3 \div 1{,}5 = 2$

$12 \div 1{,}3 = \cancel{\frac{12}{1{,}3} = \frac{24}{\ldots} = 3}$

$2{,}4 \div 0{,}6 = \cancel{\frac{2{,}5}{0{,}6} = \frac{12{,}5}{3} = 3}$

IV Comparaison de Fraction

Exo n°56 ; 57 et 61 p 50.

n°56	$\frac{1}{3} < 3$ ✓	$0 < \frac{1}{1000}$ ✓	$\frac{12}{13} < \frac{36}{30}$ ✓
	$\frac{7}{13} < \frac{13}{7}$ ✓	$4 > \frac{9}{28}$ ✓	$\frac{998}{1000} < \frac{3}{2}$ ✓
n°57	$\frac{1}{5} < \frac{7}{5}$ ✓	$\frac{19}{23} < \frac{31}{23}$ ✓	$0 < \frac{0,15}{0,001}$ ✓
	$\frac{2}{13} > \frac{1}{13}$ ✓	$\frac{7,1}{6} > \frac{7}{6}$ ✓	$\frac{1,3}{3} > \frac{1,15}{3}$ ✓
n°61	$\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$ ✓	$\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$ ✓	$\frac{7}{28} > \frac{3}{9}$ ✓
	$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ ✓	$\frac{2}{15} < \frac{1}{3}$ ✓	$\frac{19}{10} \cancel{<} \frac{10}{5}$ ✗ $\times 2$

Pour comparer deux fraction, on peut.

1) les comparer avec l'unité
   - si numérateur < dénominateur alors fraction < 1
   - si numérateur > dénominateur alors fraction > 1
2) si les dénominateur sont égaux, on peut comparer les numérateur
3) Si les dénominateur ne sont pas égaux, il faut changer l'écriture des fractions pour qu'elles aient le même dénominateur

Synthèse de l'étude du problème - 5ème

Deux écritures :

- écriture décimale (finie ou infinie qui se répète)
- fraction

Lien fractions, divisions et multiplications à trou

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

Fractions égales
Comparaison de fractions
Fractions et proportions

Cultures, informations et mathématiques actuelles

Les premières représentations de fractions apparaissent vers 3000 ans avant J.-C. et leur théorie n'a cessé de se développer au fil du temps.

Cependant, tous les nombres de ne sont pas rationnels, c'est-à-dire qu'ils ne sont pas tous le résultat de la division de deux nombres entiers. En voici trois exemples :

- le nombre π : ses premières décimales sont 3,141592653… mais il n'y a pas de répétition dans la partie décimale

- le nombre √2 : il représente la longueur de la diagonale d'un carré de côté 1. Ses premières décimales sont 1,414213562… mais il n'y a pas de répétition dans la partie décimale

- la constante de Champernowne : 0,12345678910111213… où l'on retrouve la suite des nombres entiers dans l'écriture décimale. Là encore il n'y aura aucune répétition donc ce ne sera pas un nombre rationnel