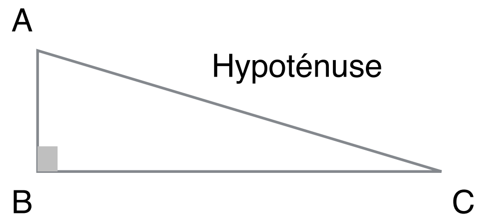
Le théorème de Pythagore

I. Le sens direct : pour calculer une longueur manquante

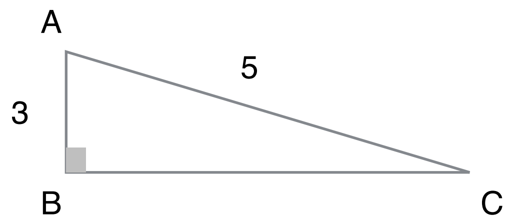
Théorème : Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Autrement dit, si ABC est un triangle rectangle en B, alors $AB^2 + BC^2 = AC^2$



Exemple :

On considère un triangle ABC tel que ci-contre :



On sait que le triangle ABC est rectangle en B.

D'après le **théorème de Pythagore**, $AB^2 + BC^2 = AC^2$,

$$3^2 + BC^2 = 5^2$$
$$9 + BC^2 = 25$$
$$BC^2 = 25 - 9 = 16$$

Donc $BC = \sqrt{16} = 4$.

Racine carré : Soit *a* un nombre positif. Il existe un unique nombre positif dont le carré est égal à *a*. Ce nombre est appelé « **racine carrée de *a*** » et se note $\sqrt{a}$.

Le symbole $\sqrt{\ }$ se nomme « radical ».

Exemples :

- $\sqrt{9} = 3$ car $3^2 = 9$ et 3 est un nombre positif.
- $\sqrt{-4}$ n'existe pas, car il n'y a pas de nombre dont le carré est égal à –4.

Carré parfait : on dit qu'un nombre entier est un carré parfait si sa racine carrée est aussi un nombre entier.

Exemples :

- 121 est un carré parfait car $\sqrt{121} = 11$ est un nombre entier
- 80 n'est pas un carré parfait car $\sqrt{80} \approx 8{,}9442$ n'est pas un nombre entier

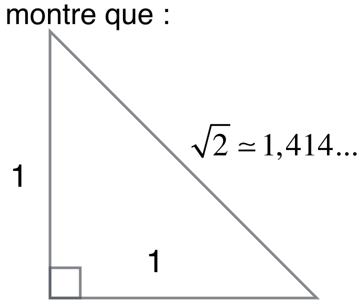
Liste des premiers carrés parfaits

nombre entier	(nombre entier)^2
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121
12	144

<- Liste des 12 ->
premiers carrés parfaits

nombre entier positif	√(nombre entier positif)
1	1
4	2
9	3
16	4
25	5
36	6
49	7
64	8
81	9
100	10
121	11
144	12

D'après le **théorème de Pythagore**, on montre que :



Le nombre $\sqrt{2}$ est **irrationnel**, cela signifie qu'on ne pourra jamais obtenir un nombre entier en le multipliant par un autre nombre entier

II. La contraposée et la réciproque : pour vérifier que le triangle est rectangle

Théorème :

- Si le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.
- Si le carré de l'hypoténuse n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle n'est pas rectangle.

Autrement dit,

- si $AB^2 + BC^2 = AC^2$, alors ABC est un triangle rectangle en B ;
- si $AB^2 + BC^2 \neq AC^2$, alors ABC n'est pas un triangle rectangle en B.

Agrandissement/réduction

Un **agrandissement** (ou une **réduction**) d'une figure est un zoom (ou un rétrécissement) sans la déformer.

Cette transformation **ne change pas les angles** et rend les longueurs de la figure agrandie **proportionnelles** à celles de la figure initiale.

Définition :

- **Agrandir** une figure c'est multiplier toutes les longueurs de cette figure par un même nombre, noté en général k, supérieur à 1.
- **Réduire** une figure c'est multiplier toutes les longueurs de cette figure par un même nombre, noté en général k, compris entre 0 et 1.

Définition : On appelle le nombre k le coefficient d'agrandissement ou de réduction.

Propriété : pour annuler l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction de coefficient k, on divise par k ou on multiplie par $\frac{1}{k}$

Définition : Deux triangles sont **semblables** si l'un est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

Agrandissement/réduction

Un **agrandissement** (ou une **réduction**) d'une figure est un zoom (ou un rétrécissement) sans la déformer.

Cette transformation **ne change pas les angles** et rend les longueurs de la figure agrandie **proportionnelles** à celles de la figure initiale.

Définition :

- **Agrandir** une figure c'est multiplier toutes les longueurs de cette figure par un même nombre, noté en général k, supérieur à 1.
- **Réduire** une figure c'est multiplier toutes les longueurs de cette figure par un même nombre, noté en général k, compris entre 0 et 1.

Définition : Deux triangles sont **semblables** si l'un est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

Définition : On appelle le nombre k le coefficient d'agrandissement ou de réduction.

Propriété : pour annuler l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction de coefficient k, on divise par k ou on multiplie par $\frac{1}{k}$

Définition : Deux triangles sont **semblables** si l'un est un agrandissement ou une réduction de l'autre.