N°11 | Mars 2024

Equipe DREAM

Démarche de Recherche pour l'Enseignement et l'Apprentissage des Mathématiques

Une rencontre à Montpellier !

L'IRES de Montpellier a organisé les 1 et 2 décembre 2023 un séminaire regroupant des représentants des équipes IREM qui travaillent autour de la résolution de problèmes :

- *le groupe ResCo* (Résolution Collaborative de problèmes) de l'IRES de Montpellier,
- *le projet européen ProDiME* (Problem-based learning trajectories in discrete mathematics education, Grant agreement ID: 101066847), IRES de Montpellier et IREM de Paris,
- *l'équipe DREAM* de l'IREM de Lyon,
- *le groupe SiRC* (Situations de Recherche pour la classe) de l'IREM de Grenoble,
- *et le groupe Histoire et épistémologie* de l'IREM de Paris.

La question centrale qui a été discutée portait sur le rôle des problèmes dans l'enseignement des mathématiques. Chacune des équipes invitées à ce séminaire a présenté ses objectifs de recherche et précisé ce qu'elle entendait par « problème » dans son contexte propre. Les discussions ont été introduites par des ateliers permettant à tous les participants de rentrer dans la problématique de chaque équipe.

Toutes les équipes ont pour objectif de développer les compétences mathématiques fondamentales des élèves en priorisant une de ces compétences : modéliser pour le groupe ResCo qui propose un dispositif favorisant la créativité, l'autonomie et la communication dans la résolution de problèmes ; chercher, en lien étroit avec les connaissances mathématiques et les raisonnements que les élèves doivent acquérir à l'école, au collège et au lycée pour l'équipe DREAM, en focalisant sur les stratégies de résolution et la notion de preuve pour le groupe SiRC. Le projet européen ProDime cherche à développer un modèle théorique fondé sur des « réseaux de problèmes » en s'appuyant sur des problèmes de mathématiques discrètes ; le groupe Histoire et épistémologie utilise des textes historiques pour créer un « infusoire historique et pédagogique » permettant de parler d'histoire des sciences avec les élèves et de les confronter à des problèmes et à leurs résolutions dans l'histoire : qu'est ce que les savants du XVIIIe savaient et qu'avaient-ils comme moyen pour répondre à une question du type : comment sait-on que la Terre est ronde ? Les discussions, très riches, de ce séminaire nous ont ... *[suite à page 2]*

ENS DE LYON · ifé INSTITUT FRANÇAIS DE L'ÉDUCATION · S2HEP · RNL · IREM · Lyon 1 · INSPE Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Académie de Lyon

conduits à considérer les différentes approches des problèmes en mathématiques d'un point de vue conceptuel et épistémologique, des problèmes « authentiques » d'un point de vue mathématique ou de description du réel ou qui ont réellement été posés dans l'histoire, mais dont l'étude permet de donner un sens à la fois mathématique, épistémologique et culturel aux notions et méthodes apprises.
Une suite devrait être donnée à ce séminaire pour prolonger la discussion et approfondir, à travers les différences mises en lumière, les bénéfices pour les élèves de ces rencontres authentiques avec les mathématiques à quelque niveau que ce soit !

Gilles Aldon

Des nouvelles

Le mini-labo de Rennes a participé activement aux journées nationales de l'APMEP en animant un atelier intitulé : "Construire une progression à partir de problèmes de recherche" ; on pourra bientôt en lire un compte rendu dans la revue "Au fil des Maths".
La formation auprès de l'EAFC "Fonder l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques sur la recherche de problèmes en classe" a bien commencé : la deuxième journée est prévue pour le mois de mai.

Une petite solution

Le problème posé dans la Newsletter de septembre 2023, demandait de prouver que dans la suite des nombres impairs, $1=1^3$, $3+5=2^3$, $7+9+11=3^3$ et que cette propriété se généralisait.
C'est peut-être la traduction de cette propriété qui est la plus délicate ; il s'agit en effet de montrer que la somme suivante vaut n^3 :

$$S=\sum_{k=\frac{n(n-1)}{2}}^{\frac{n(n-1)}{2}+n-1} 2k+1$$

Mais, si $k=\frac{n(n-1)}{2}$ le premier terme de cette somme vaut n^2-n+1.

Le terme suivant vaut : n^2-n+3
et le hième terme vaut $n^2-n+2h+1$
jusqu'au dernier terme $n^2-n+2n-2+1=n^2-n+2n-1$
Et, en se souvenant que la somme des n premiers impairs est le carré de n, la somme S vaut :

$$S=n(n^2-n)+\sum_{h=1}^{n} 2h-1=n^3-n^2+n^2=n^3$$

Retour d'expérience du mini-labo Pierrelatte REP+

LéA ECL@maths (Ecoles, Collèges, Lycées, @pprentissage des mathématiques)

Cette année, la situation de « La somme des dix entiers consécutifs » a servi de base de réflexion concernant la question QR3 du LéA : "Quels gestes professionnels peut-on envisager de développer dans un dispositif de co-enseignement pour qu'un enseignant devienne capable de construire son enseignement fondé sur la recherche de problèmes en s'appuyant sur des productions effectives des élèves ?". Deux collègues de l'école du Rocher de Pierrelatte étaient d'accord pour se lancer dans cette séquence et nous en avons donc profité pour mettre en place un dispositif d'accompagnement. Pour cela, nous nous sommes appuyés sur l'expérience de Miriam Di Francia et Faustine Leclerc (voir l'article dans la Newsletter 5). Ont été engagés dans ce dispositif deux enseignantes de CM2 n'ayant jamais mené de SDRP, une enseignante et un formateur faisant partie du LéA et travaillant sur cette séquence depuis plusieurs années.

Nous avons donc élaboré en amont un planning d'accompagnement qui a permis de définir différentes modalités d'observation (PE ↔ formateur et PE → PE). Ce planning contenait des temps communs de préparation et d'analyse des séances et des temps de préparation des observations en classe, observations centrées sur les gestes professionnels des enseignants. Le choix de la séance menée par le formateur a aussi fait l'objet d'une réflexion. Nous avons finalement choisi une situation qui supposait une certaine expertise, peut-être éloignée des pratiques habituelles : concevoir et mener une phase collective en s'appuyant sur l'analyse des travaux d'élèves.

Voici quelques points qui nous sont apparus importants tout au long de la mise en œuvre du dispositif d'accompagnement.

Au début de la séquence, une carte mentale est introduite. Elle relève et organise les objectifs de la séquence (apprendre à calculer rapidement, à chercher et à communiquer en mathématiques). Les deux collègues engagées pour la première fois ont été perturbées par cette carte mentale, se demandant quel était son rôle, si c'était un outil pour l'élève et/ou pour l'enseignant, comment elles devaient la présenter aux élèves …? L'enjeu de ce support n'a pas immédiatement été perçu. Cette carte mentale était en fait un support d'explicitation qui nous a donné l'occasion de revenir, avec les collègues, sur deux niveaux d'explicitation[1] :

- **l'enseignant explicite aux élèves** les apprentissages visés en début de séance et réalisés en fin de séance en s'appuyant sur la carte mentale. Il revient sur les objectifs d'apprentissages et sur les moments où les élèves les réalisent. Ce niveau d'explicitation est devenu, pour les enseignantes, une réelle préoccupation, un fil rouge de la séquence.

- **l'élève s'explicite à lui-même et explique à l'enseignant.** La simple question *"« Comment fais-tu ? » […] posée à l'élève par l'enseignant favorise une conscientisation de ses processus intellectuels."* [2]

L'enseignant aide à cette mise en mots qui peut permettre à l'élève de prendre conscience des conjectures et des choix qu'il fait. Cela facilite l'entrée de l'élève en manipulation active. Cette séquence, en l'état, ne permet pas vraiment ce niveau d'explicitation. Nous pensons la faire évoluer afin de donner les moyens à l'enseignant de faire verbaliser certains élèves en relation duelle.

Certains objectifs de la séquence ont attiré l'attention des collègues sur une compétence mathématique rarement travaillée en classe : *communiquer.*

L'accent a donc été mis sur les différentes formes de communication utilisées dans cette séquence :

- communication écrite lorsque les élèves élaborent une affiche présentant leur méthode, un écrit qui doit se suffire à lui-même, sans interaction écrit/oral ;
- communication orale quand les élèves s'expliquent mutuellement leurs méthodes, quand ils les rendent publiques.

Les élèves, tout comme les collègues, ont ainsi pu prendre conscience de cet objectif mais aussi identifier les temps dédiés à cette communication.

La mise en œuvre de cette séquence a permis également aux deux collègues de prendre conscience de la nécessité et de l'intérêt de prendre en compte ce que font et ce que disent leurs élèves. D'une séance à l'autre, les productions des élèves ont été analysées et c'est à la lumière de cette analyse que la séance suivante a été revisitée et menée. La présence du formateur a permis le relevé précis de propos d'élèves qui donnent à réfléchir. Lors d'une phase collective, un élève expliquait comment il s'y prenait pour calculer la somme 50 + 51 + 52 + 53 + 54 + 55 + 56 + 57. Il calculait le nombre de dizaines (8 x 5 = 40). Un élève s'est alors exclamé *"Comment il fait pour trouver si rapidement ? Il connaît la table du 50 ?"* Cet échange est intéressant. Il pointe deux raisonnements différents. L'un raisonne sur les dizaines, l'autre sur le nombre 50. Celui-ci n'est, semble-t-il, pas encore capable d'opérer sur les dizaines d'un nombre. Ces deux approches auraient mérité d'être explicitées et mises en perspective. Les deux collègues semblent avoir pris conscience de l'intérêt d'écouter attentivement les propos des élèves qui reformulent parfois, de manière pertinente, un élément du débat. L'une des collègues en témoigne, tout en posant la question du transfert : *"On part des productions des élèves, elles sont au centre des apprentissages, on s'appuie sur ce qu'ils font, ce qu'ils disent. Je ne le fais pas assez souvent. Comment le transférer ?"*

A la suite de cette séquence, les deux enseignantes ont énuméré les avantages et les inconvénients de cette SDRP et du dispositif d'accompagnement mis en place. Il en ressort qu'elles ont trouvé rassurant de ne pas être seules face à la séquence et de pouvoir s'appuyer sur les collègues ou sur les formateurs. Elles ont trouvé que le dispositif a facilité les échanges, qui deviennent alors constructifs. Elles ont aussi apprécié l'analyse de leurs gestes professionnels et le fait de pouvoir observer ceux d'un autre enseignant. Cependant, les deux collègues notent que le temps d'appropriation de chaque séance est long, qu'il n'est pas facile d'entrer dans une démarche qui ne leur est pas familière, avec toujours cette inquiétude de ne pas être sures d'avoir bien compris la séance et/ou la démarche. Le temps passé en analyse et préparation est conséquent.

Nous terminerons en évoquant quelques nouvelles pistes de réflexion.

L'observation des élèves pendant la dévolution du problème nous a permis, une nouvelle fois, de constater l'hétérogénéité des élèves. Lors de ce temps, certains élèves sont déjà en train de chercher la somme des dix entiers alors que d'autres ne se sont pas encore approprié le problème. Comment prendre en compte la diversité des élèves dans la passation des problèmes ? Quelle organisation pédagogique mettre en place ? Pourquoi ne pas proposer une dévolution en cascade qui permettrait de lancer plus vite dans la recherche les élèves performants et d'accompagner plus longtemps les élèves fragiles ?

L'une des difficultés rencontrées lors de l'accompagnement des collègues a été le gros volume horaire consacré au dispositif d'accompagnement (préparation des séances et temps d'analyse). Peut-on alléger le dispositif, se passer de cet accompagnement ? Quel doit être l'accompagnement minimum nécessaire ? Peut-on bâtir, pour les enseignants, des séquences et/ou des outils autonomes ? Est-ce que la simple prise en main de nouveaux outils ou de nouvelles séquences peut être le vecteur du développement professionnel de l'enseignant ? (Question de recherche 4)

Mini labo Pierrelatte REP+

---

[1] *Dossier Enseigner plus explicitement, Centre Alain Savary*

[2] *Ibid.*