

Titre du bloc: *La variété des sources mathématiques et la question de leur interprétation/*
The variety of mathematical sources and the question of their interpretation
Organisateurs/*Organizers:* K. Chemla, R. Chorlay, B. Mèlès

* **Cours/Lecture course:**

La constitution des documents mathématiques: pièces élémentaires et agencements. /The constitution of mathematical documents: Elementary pieces and arrangements

Enseignante/*Lecturer:* Karine Chemla (CNRS—SPHERE & Projet ERC SAW)

Les écrits qui sont les sources des historiens des mathématiques sont constitués de divers ingrédients. On y trouve, entre autres composantes, l'énoncé de problèmes, l'écriture de nombres et de quantités, voire de tables numériques, la mention, voire l'exécution, d'opérations, des textes d'algorithmes, des formulations de théorèmes, des diagrammes et des démonstrations. Le cours entend présenter différentes pistes de recherche qu'il est loisible de suivre en prêtant attention à l'écriture de ces éléments en tant que telle et en posant, sur cette base, la question de leur interprétation. On insistera sur le fait qu'interpréter ces divers ingrédients ne va pas de soi et requiert un travail de mise en contexte dont on présentera divers aspects.

Les questions que nous aborderons porteront sur la variété des modes d'écriture et de mises en texte de ces différents éléments ainsi que sur les diverses significations qui y ont été attachées selon les contextes, en un sens de contexte à discuter. Nous montrerons comment il est possible de restituer les usages que les acteurs ont eus de ces différents ingrédients, comment on peut mettre en évidence des différences sur ce plan et comment la reconstitution de ces usages peut jouer un rôle clef dans l'interprétation des textes. Nous nous demanderons enfin plus largement comment les écrits documentent le travail des acteurs avec les textes, en particulier le travail engagé dans la production des textes en tant que tels, ou le contexte dans lequel les acteurs opèrent.

Nous insisterons tout spécialement sur le fait qu'une édition critique non attentive à ces aspects ou une traduction d'un document en termes plus modernes, ou en termes différents, peut masquer des indices essentiels pour aborder ces questions.

/ The writings that were sources for historians of mathematics are composed of different ingredients. Among other components, one finds in them the statement of problems, the writing of numbers and quantities, sometimes numerical tables, the mention, and sometimes the execution, of operations, texts for algorithms, the formulation of theorems, diagrams and proofs. The lecture intends to introduce to several directions of research that one can follow, if one pays attention to the way in which these elements are written and raise on this basis the question of their interpretation. We shall insist on the fact that interpreting these various elements is not an obvious task and requires to put them in context in a way that shall be discussed.

The questions raised will deal with the variety of the ways of writing down and textualize these elements as well as on the various meanings attached to them depending on the context, in a sense of the word context to be discussed. We shall see how it is possible to restore uses of these various components that actors have had, how one can bring to light differences at this level, and how restoring these uses can play a key role in the interpretation of these texts. Finally, and more widely, we shall address the issue of how these writings document actors' work with texts, in particular the work engaged in the production of texts as such, and the context in which actors operated.

We shall insist in particular on the fact that a critical edition that is not aware of these aspects and a translation of a document into modern terms, or in other terms, can hide essential hints to address these issues.

* **Ateliers/Workshops**

Les trois ateliers attachés à ce cours mettent chacun en évidence un aspect du travail des acteurs avec des types de textes ou d'inscriptions et l'importance que l'étude de ce travail revêt au regard de l'histoire des mathématiques. /The three workshops attached to this lecture each show one aspect of actors' engagement with types of texts or inscriptions as well as the importance that the study of this work has for history of mathematics.

Atelier 1 : *Algorithmes comme textes/Algorithms as texts* (Agathe Keller (CNRS, SPHERE & SAW), Baptiste Mélès (Post-doctorant, Archives Henri Poincaré)).

Le premier atelier est consacré aux textes renvoyant à des algorithmes, et il aborde cette question sur deux corpus de textes et à partir de deux points de vue différents

Agathe Keller se concentre sur des procédures d'extraction de racine carrée énoncées par Aryabhata (499) et Sridhara (ca 850) et commentées, pour le premier, par Bhaskara (628) et, pour le second, par un commentaire anonyme. Elle abordera ces textes à partir d'une question essentielle : Que dit un texte lorsqu'il évoque un algorithme? Elle montrera que loin d'avoir pour seul objectif de *décrire* la manière dont l'algorithme doit être exécuté, de tels textes éclairent parfois la manière dont leurs auteurs ont pensé ces algorithmes. Elle proposera, sur cette base, une réflexion historique sur ce qu'est un texte d'algorithme et sur l'inscription matérielle de son exécution.

Baptiste Mélès fera, pour sa part, travailler les auditeurs sur des algorithmes du *Suanfa Tongzong* de Cheng Dawei (1592), autour de la question de savoir comment l'informatique peut fournir des ressources pour mettre en évidence des propriétés de textes d'algorithmes anciens. L'enjeu sera de décrire à la fois avec précision et généralité comment les algorithmes sont prescrits dans les textes et exécutés sur les instruments de calcul.

/The first workshop is devoted to texts describing algorithms. This issue will be dealt with, starting from two corpuses of texts and from two different viewpoints.

Agathe Keller will focus on procedures for extracting square roots, as stated by Aryabhata (499) and Sridhara (ca 850), with a commentary by Bhaskara (628), for the former, and an anonymous commentary for the latter. She will examine these texts, from the viewpoint of an essential issue: what does a text say when it describes an algorithm? She will show that, far from having, as its single goal, to *describe* the way the algorithm must be performed, such texts sometimes highlight the way their authors conceived these algorithms. She will develop, on this basis, a historical reflection about what an algorithmic text and its material inscription are.

Baptiste Mélès will make the audience work on algorithms extracted from Cheng Dawei's *Suanfa Tongzong* (1592), to deal with the issue of understanding how computer science can help us highlight some properties of ancient algorithms. What is at stake is

to describe with accuracy and generality how algorithms are prescribed in texts and executed on computing tools.

Atelier 2 : *L'écriture des nombres et des quantités. Perspectives depuis des sources cunéiformes* / *The writing of numbers and quantities. Perspectives from cuneiform sources* (Cécile Michel (CNRS, ArScAn-HAROC), Christine Proust (CNRS, SPHERE & SAW)). **Cet atelier sera animé en français / This workshop will be held in French.**

Le second atelier portera sur deux types de documents, produits les uns dans des milieux marchands, les autres dans des écoles de scribes.

Christine Proust fera porter le travail de l'atelier sur des tables métrologiques, des calculs de surface et une liste de problèmes résolus (YBC 4663). Elle fera examiner aux auditeurs, d'une part, les photos des tablettes d'argile originales, d'autre part la façon dont ces textes ont été publiés et interprétés par différents historiens. A partir des indices que laissent les traces matérielles de ce travail, quelques aspects importants du travail mathématique seront dégagés, comme la construction de notions abstraites liées aux surfaces, aux nombres et aux quantités.

La documentation produite par les marchands assyriens au XIX^e siècle avant notre ère servira de modèle d'étude à Cécile Michel pour un travail qui portera sur l'écriture et l'usage des nombres et des quantités dans les activités de la pratique. Une attention particulière sera portée à la représentation des nombres et des quantités dans les éditions modernes de ces textes depuis le milieu du XIX^e siècle et son impact actuel sur la perception des quantités et la compréhension des calculs opérés par les anciens. /The second workshop will focus on two types of documents, on the one hand, documents produced in merchant communities, and, on the other hand, documents made in scribal schools.

Christine Proust will examine metrological tables, surface calculations and a list of solved problems (YBC 4663). She will analyze with the participants the original sources through photos of the clay tablets, as well as the way in which different historians published and interpreted them. Some important aspects of ancient scribes' mathematical work will emerge from this analysis, such as the construction of abstract concepts related to surfaces, numbers and quantities.

The documentation produced by Assyrian merchants in the 19th century BCE will provide Cécile Michel with a case study to examine the writing and the use of numbers and quantities in activities of the practice. Particular attention will be paid to the representation of numbers and quantities in modern editions of these texts since the mid 19th century and its impact on the perception of the quantities and the understanding of calculations made by the ancient merchants.

Atelier 3 : *Agencement et structures textuelles des sources : quel enjeu historiographique ?* / *Arrangement and textual structures of sources : what is historiographically at stake?* (Renaud Chorlay (Université Paris IV & SPHERE), Dominique Tournès (Université de la Réunion & SPHERE)).

Le troisième atelier portera, pour sa part, sur les bénéfices que l'on peut tirer de l'observation de l'agencement des textes.

La partie de l'atelier animée par Dominique Tournès s'appuiera sur une collection de tables numériques construites à diverses époques et dans divers contextes.

À travers l'examen de ces tables et, dans certains cas, du paratexte qui les entoure, il invitera les auditeurs à analyser les procédés textuels et graphiques utilisés par leurs auteurs pour écrire ou représenter des listes de nombres ou de quantités, suggérer des relations entre ces listes, se libérer de la dimension linéaire du texte pour accéder à des dimensions supérieures, évoquer une continuité potentielle entre des valeurs nécessairement discrètes.

La partie animée par Renaud Chorlay consistera en un travail qui prendra pour base : Elie Cartan *La théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle traitées par la méthode du repère mobile*, Gauthier-Villars : Paris, 1937. Les auditeurs étudieront l'agencement des définitions, théorèmes, problèmes, algorithmes et exemples dans ce texte, et en compareront l'organisation avec celle d'autres textes qui le réécrivent explicitement. Cette distinction – proposée par les acteurs – entre un fond à conserver et une forme à modifier fournit à l'historien un moyen pour étudier les phénomènes « stylistiques » et saisir des organisations épistémologiques.

/ The third workshop will bear on benefits historians can derive from the observation of the arrangement of texts.

Dominique Tournès will first make the audience analyze a collection of numerical tables designed at various times and in different contexts. Through the examination of these tables and, in some cases, the paratext that goes with them, he will invite participants to analyze the textual and graphical tricks the authors of the tables used to write or represent lists of numbers or quantities, to suggest relationships between these lists, to get rid of the linear dimension of the text and reach higher dimensions, to suggest a potential continuity between values necessarily discrete.

As for Renaud Chorlay, he will invite participants to work on Elie Cartan's *La théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle traitées par la méthode du repère mobile* (*Theory of finite and continuous groups and differential geometry dealt with by means of the moving frame*), Gauthier-Villars: Paris 1937. The focus will be on the arrangement of definitions, theorems, problems, algorithms and examples in this text, in order to compare its organization with that of other texts, whose authors explicitly claim to rewrite it. This distinction —made by the actors— between a content to be kept and a form that needs to be changed provides the historian with appropriate means to study “stylistic” phenomena and capture epistemological organizations.