

Bloc 1 : Que disent les documents mathématiques et
comment le disent-ils ?

Organisateurs : K. Chemla, R. Chorlay, B. Mèlès

Atelier 2 : L'écriture des nombres, les éditions critiques, les
traductions, et leur impact sur l'historiographie (Cécile Michel
et Christine Proust)

Partie I :

Nombres et quantités

dans les textes mathématiques de
Mésopotamie du sud
(début du 2^e millénaire avant notre ère)



École du GDR d'Histoire
des Mathématiques

CIRM

4 au 8 novembre 2013

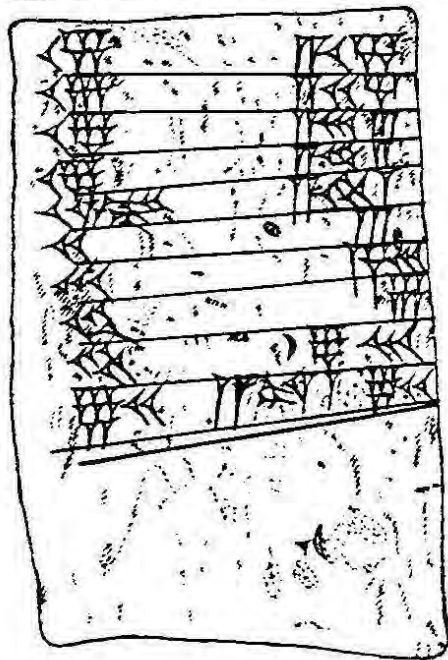
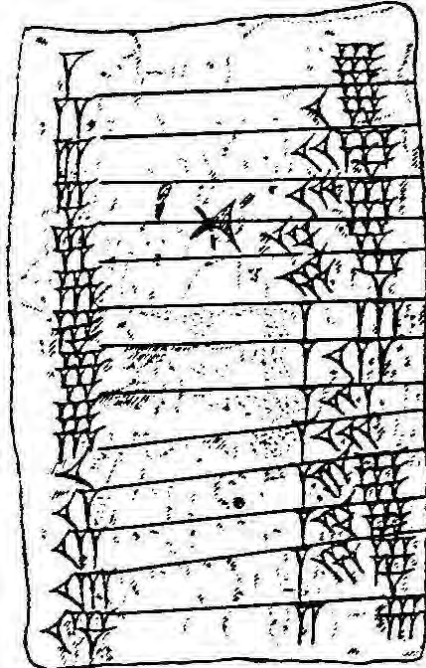


Table de multiplication par 9

1	9	15	2:15
2	18	16	2:24
3	27	17	2:33
4	36	18	2:42
5	45	20-1	2:51
6	54	20	3
7	1:3	30	4:30
8	1:12	40	6
9	1:21	50	7:30
10	1:30		
11	1:39	8.20	a-ra ₂ 1 8.20
12	1:48		
13	1:57		
14	2:6		

$20 \times 9 = 180 =$ 3×60
 En base 60 : 3:0
 Mais les scribes écrivent: 3

Déroutant: en notation flottante,
 20×9 s'écrit 3
 Le carré de 30 est 15
 La racine carrée de 15 est 30

Écriture cunéiforme



Transcription

44:26:40

Traduction?

$$(44 \times 60^2 + 26 \times 60 + 40) \times 60^p$$

Faut-il se préoccuper de la valeur de p ?

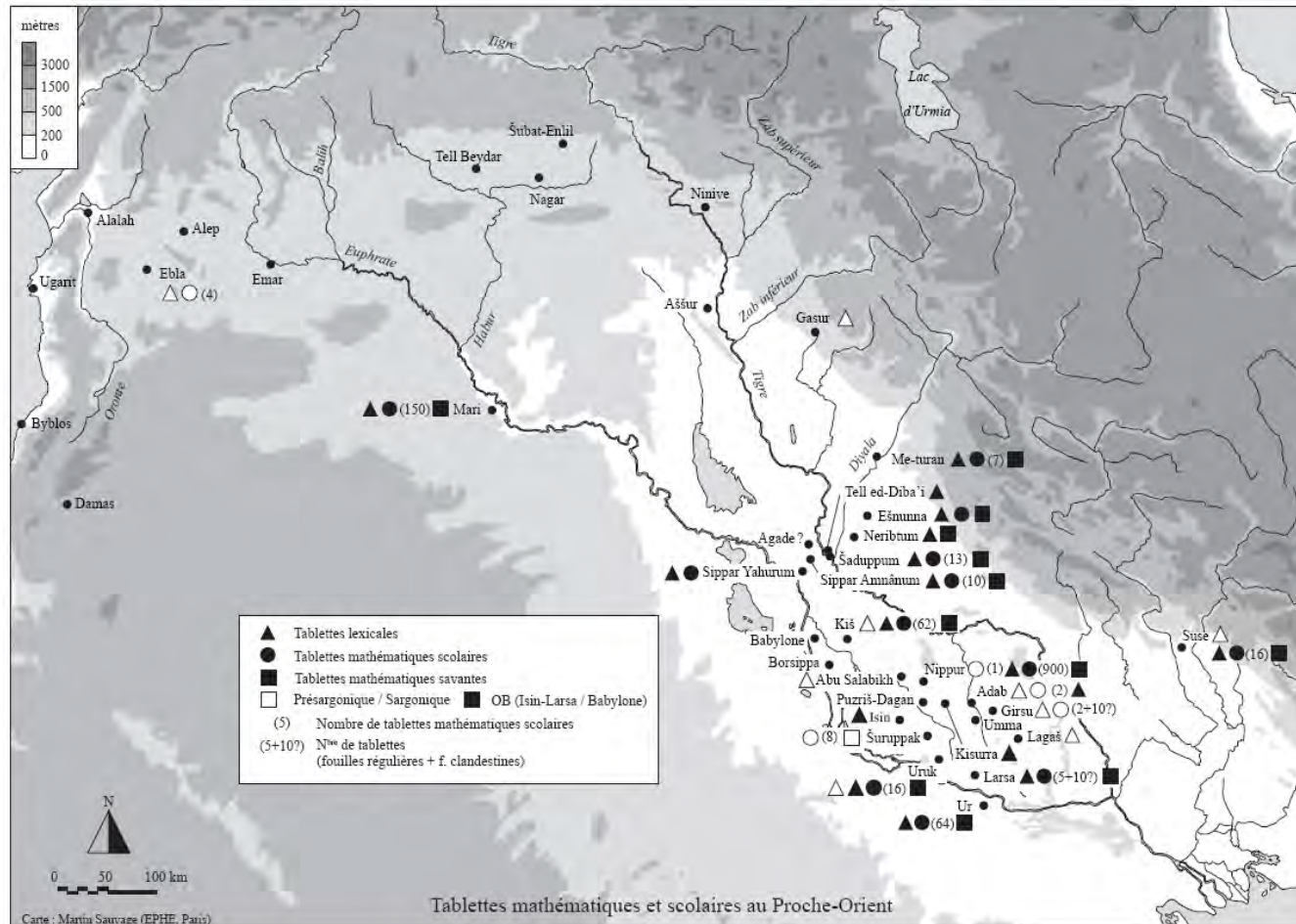
OUI



L'algorithme d'inversion selon l'interprétation d'Abraham Sachs (1947)

20	5,3,24,26;40 ①	5,3,24,20	6;40	0;9 ②	45,30,40 ③	0;0,0,1,19,6,5,37,30 ⑬	0;0,0,0,11,51,54,50,37,30 ⑭
	45,30,40 ③	45,30,0	40	0;1,30 ④	1,8,16 ⑤	0;0,0,52,44,3,45 ⑫	0;0,0,1,19,6,5,37,30 ⑬
	1,8,16 ⑤	1,8,0	16	0;3,45 ⑥	4,16 ⑦	0;0,14,3,45 ⑪	0;0,0,52,44,3,45 ⑫
	4,16 ⑦	4,0	16	0;3,45 ⑧	16 ⑨	0;3,45 ⑩	0;0,14,3,45 ⑪
	0;0,0,0,11,51,54,50,37,30 ①	0;0,0,0,11,51,54,50,37	0;0,0,0,0,0,0,0,30	2,0,0,0,0,0,0,0 ②	23,43,49,41,15 ③	0;0,0,0,2,31,42,13,20 ⑮	5,3,24,26;40 ⑰
	23,43,49,41,15 ③	23,43,49,41,0	15	0;4 ④	1,34,55,18,45 ⑤	0;0,0,0,37,55,33,20 ⑯	0;0,0,0,2,31,42,13,20 ⑮
	1,34,55,18,45 ⑤	1,34,55,15,0	3,45	0;0,16 ⑥	25,18,45 ⑦	0;0,0,2,22,13,20 ⑭	0;0,0,0,37,55,33,20 ⑯
	25,18,45 ⑦	25,15,0	3,45	0;0,16 ⑧	6,45 ⑨	0;0,8,53,20 ⑬	0,0,0,2,22,13,20 ⑰
	6,45 ⑨	6,0	45	0;1,20 ⑩	9 ⑪	0;6,40 ⑫	0;0,8,53,20 ⑬

Expansion des écoles de scribes en Mésopotamie (vers -1800)



Tablettes scolaires mathématiques

•Uruk	16
•Sippar	21
•Kish	65
•Ur	72
•Mari	116
•Nippur	998



HS 1703



Type I



Type II



Type III



Type IV

Tablettes scolaires de type II

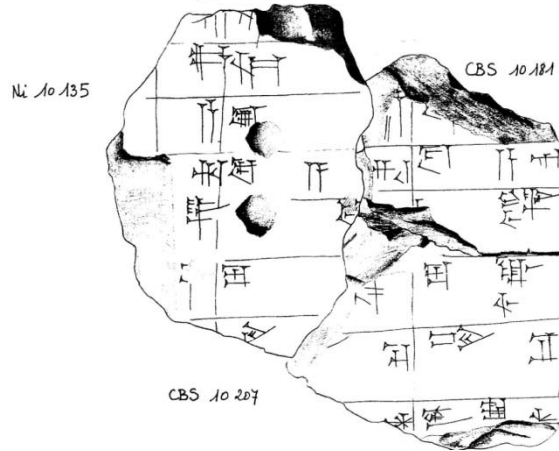
Vocabulaire (professions) /
mesures de capacité



Vocabulaire (école) /
mesures de capacité



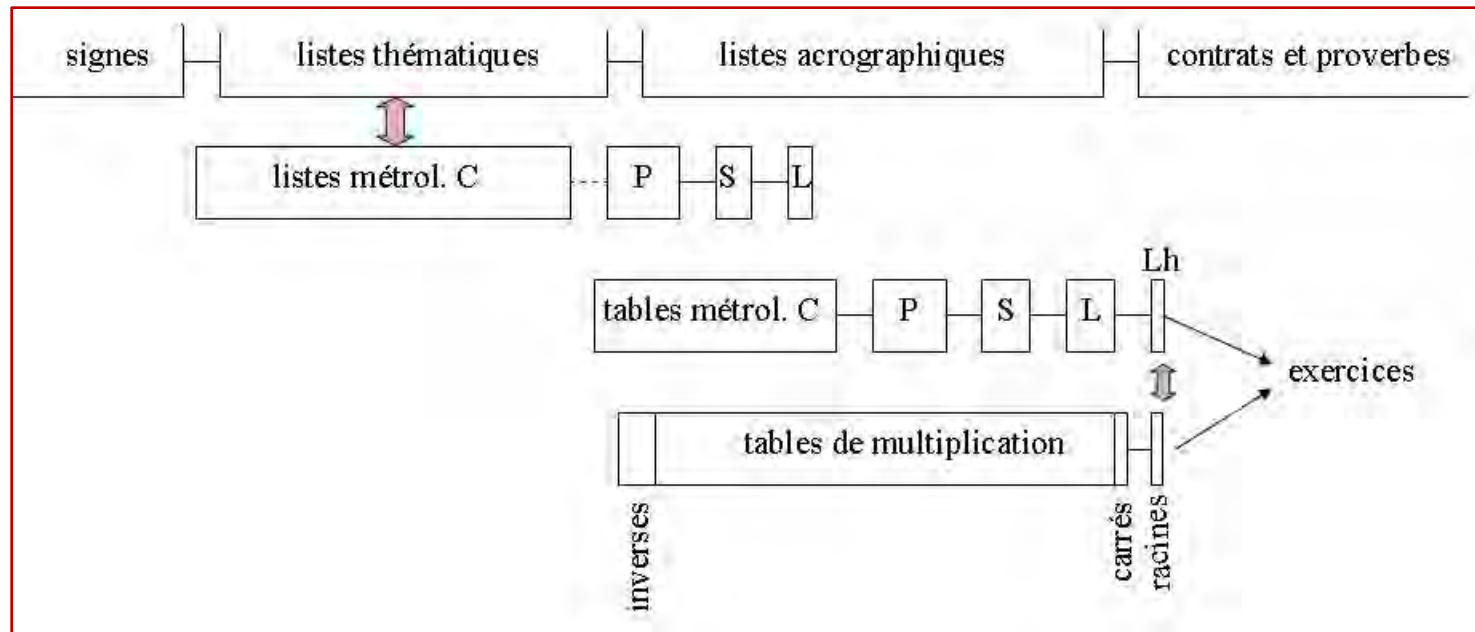
Vocabulaire (animaux) /
mesures de capacité et de poids



Proverbes /
mesures de capacité



Cursus élémentaire à Nippur



Une liste métrologique de Nippur (mesures de capacité)

<i>col. i</i>	<i>col. ii</i>	<i>col. iii</i>	<i>col. iv</i>	<i>col. v</i>
[1 gin ₂ še]	2 [sila ₃]	2 (bariga) 3 (ban ₂) še	14 gur	[1 (geš'u) 8 (geš ₂)] gur
[1 1/3 gin ₂]	3 [sila ₃]	2 (bariga) 4 (ban ₂) še	15 gur	[1 (geš'u) 9 (geš ₂)] gur
[1 1/2] gin ₂	4 [sila ₃]	2 (bariga) 5 (ban ₂) še	16 gur	2 (geš'u) gur
[1] 2/3 gin ₂	5 [sila ₃]	3 (bariga) še	17 gur	3 (geš'u) gur
1 5/6 gin ₂	6 sila ₃	3 (bariga) 1 (ban ₂) še	18 gur	4 (geš'u) gur*
2 gin ₂	7 sila ₃	3 (bariga) 2 (ban ₂) še	19 gur	1 (šar ₂) gur
3 gin ₂	8 sila ₃	3 (bariga) 3 (ban ₂) še	20 gur	1 (šar ₂) 1 (geš'u) gur
4 gin ₂	[9] sila ₃	3 (bariga) 4 (ban ₂) še	30 gur	1 (šar ₂) 2 (geš'u) gur
5 gin ₂	[1 (ban ₂)] še	3 (bariga) 5 (ban ₂) še	40 gur	1 (šar ₂) 3 (geš'u) gur
6 gin ₂	[1 (ban ₂)] 1 sila ₃	4 (bariga) [še]	50 gur	[1 (šar ₂)] 4 (geš'u) gur
7 gin ₂	1 (ban ₂) 2 sila ₃	4 (bariga) 1 (ban ₂) [še]	1 (geš ₂) gur	1 (šar ₂) 5 (geš'u) gur
8 gin ₂	1 (ban ₂) 3 sila ₃	4 (bariga) 2 (ban ₂) še	1 (geš ₂) 10 gur	[2 (šar ₂)] gur
9 gin ₂	1 (ban ₂) 4 sila ₃	4 (bariga) 3 (ban ₂) še	1 (geš ₂) 20 gur	[3 (šar ₂)] gur
10 gin ₂	1 (ban ₂) 5 sila ₃	4 (bariga) 4 (ban ₂) še	1 (geš ₂) 30 gur	[4 (šar ₂)] gur
11 gin ₂	1 (ban ₂) 6 sila ₃	4 (bariga) 5 (ban ₂) še	1 (geš ₂) 40 gur	[5 (šar ₂)] gur
12 gin ₂	1 (ban ₂) 7 sila ₃	1 gur	1 (geš ₂) 50 gur	[6 (šar ₂)] gur
13 gin ₂	1 (ban ₂) 8 sila ₃	1 gur	2 (geš ₂) gur	[7 (šar ₂)] gur
14 gin ₂	1 (ban ₂) 9 sila ₃	1 (gur) 1 (bariga) gur	3 (geš ₂) gur	[8 (šar ₂)] gur
15 gin ₂	2 (ban ₂) še	1 (gur) 2 (bariga) gur	4 (geš ₂) gur	[9 (šar ₂)] gur
16 gin ₂	3 (ban ₂) še	1 (gur) 3 (bariga) gur	5 (geš ₂) gur	[1 (šar'u)] gur
17 gin ₂	4 (ban ₂) še	1 (gur) 4 (bariga) gur	6 (geš ₂) gur	[1 (šar'u) 1 (šar ₂)] gur
18 gin ₂	5 (ban ₂) še	2 gur	7 (geš ₂) gur	[1 (šar'u) 2 (šar ₂)] gur
19 gin ₂	1 (bariga) še	3 gur	8 (geš ₂) gur	[1 (šar'u) 3 (šar ₂)] gur
1/3 [sila ₃]	1 (bariga) 1 (ban ₂) še	4 gur	9 (geš ₂) gur	[1 (šar'u) 4 (šar ₂)] gur
1/2 [sila ₃]	1 (bariga) 2 (ban ₂) še	5 gur	1 (geš'u) gur	[1 (šar'u) 5 (šar ₂)] gur
2/3 [sila ₃]	1 (bariga) 3 (ban ₂) še	6 gur	1 (geš'u) 1 (geš ₂) gur	[1 (šar'u) 6 (šar ₂)] gur
[5/6 sila ₃]	1 (bariga) 4 (ban ₂) še	7 gur	1 (geš'u) 2 (geš ₂) gur	[1 (šar'u) 7 (šar ₂)] gur
[1 sila ₃]	1 (bariga) 5 (ban ₂) še	8 gur	1 (geš'u) 3 (geš ₂) gur	[1 (šar'u) 8 (šar ₂)] gur
[1 1/3 sila ₃]	[2 (bariga) še]	9 gur	1 (geš'u) [4 (geš ₂) gur]	[1 (šar'u) 9 (šar ₂)] gur
[1 1/2 sila ₃]	[2 (bariga) 1 (ban ₂) še]	[10] gur	[1 (geš'u) 5 (geš ₂) gur]	[2 (šar'u)] gur
[1 2/3 sila ₃]	[2 (bariga) 2 (ban ₂) še]	[11] gur	[1 (geš'u) 6 (geš ₂) gur]	[3 (šar'u)] gur
[1 5/6 sila ₃]		[12] gur	[1 (geš'u) 7 (geš ₂) gur]	[4 (šar'u)] gur
		[13] gur		



HS 242



20 še	6.40
21 še	7
22 še	7.20
23 še	7.40
24 še	8
25 še	8.20
26 še	8.40
27 še	9
28 še	9.20
29 še	9.40
1/6 gin	10
1/4 gin	15
1/4 gin 5 še	16.40

HS 242








1/3 gin	20
1/2 gin	20
2/3 gin	20
5/6 gin	20
1 gin	1





HS 242 (Hilprecht 1906)
Table métrologique de poids

Les unités de mesure


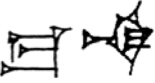


Longueurs

<i>danna</i> ←30-	<i>uš</i> ←60-	<i>ninda</i> ←12-	<i>kuš</i> ←30-	<i>šusi</i>
				
10,5 km	360 m	6 m	50 cm	17 mm






Surfaces

<i>gan</i> ←100-	<i>sar</i> ←60-	<i>gin</i> ←180-	<i>še</i>
			
3600 m ²	36 m ²	0,6 m ²	33 cm ²

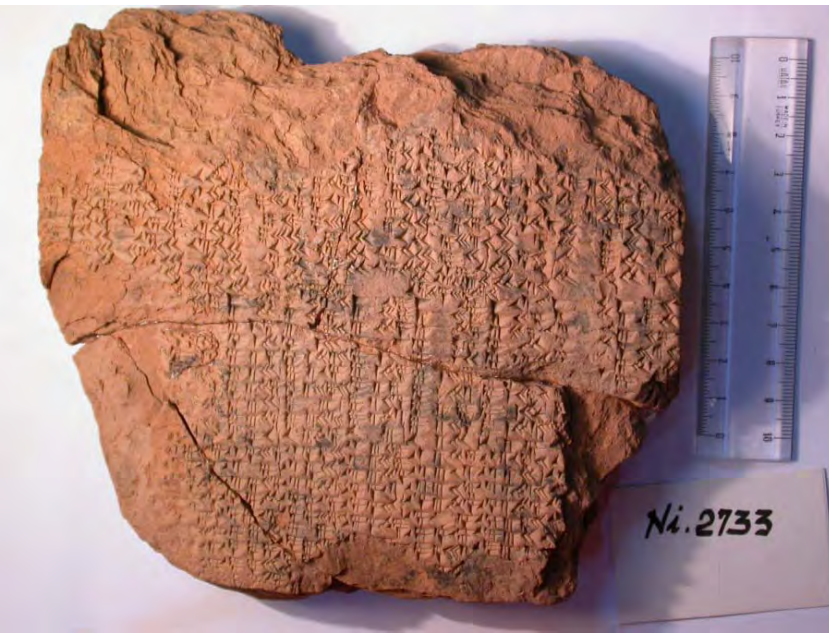
Poids

<i>gu</i> ←60-	<i>mana</i> ←60-	<i>gin</i> ←180-	<i>še</i>
			
30 kg	500 g	8 g	0,04 g

Capacités

<i>gur</i> ←5-	<i>bariga</i> ←6-	<i>ban</i> ←10-	<i>silá</i> ←60-	<i>gin</i>
				
300 l	60 l	10 l	1 l	17 ml

Toutes les tables numériques



Ni 2733, from Nippur, Istanbul Museum

Inverses

Multiplication par

50

45

44:26:40

40

36

30

25

24

22:30

20

18

16:40

16

15

12:30

12

10

9

8:20

8

7:30

7:12

7

6:40

6

5

4:30

4

3:45

3:20

3

2:30

2:24

2

1:40

1:30

1:20

1:15

carrés

Numération sexagésimale positionnelle et non positionnelle

Système S

	$\times 6$		$\times 10$		$\times 6$		$\times 10$		$\times 6$		$\times 10$		ou
šar ₂ -gal 216000		šar'u 36000		šar ₂ 3600		geš'u 600		geš ₂ 60		u 10		aš ou diš 1	

Numération sexagésimale positionnelle

	$\leftarrow 10$		$\leftarrow 6$		$\leftarrow 10$		$\leftarrow 6$		$\leftarrow 10$	
--	-----------------	--	----------------	--	-----------------	--	----------------	--	-----------------	--

Une table métrologique de Nippur (mesures de longueur)

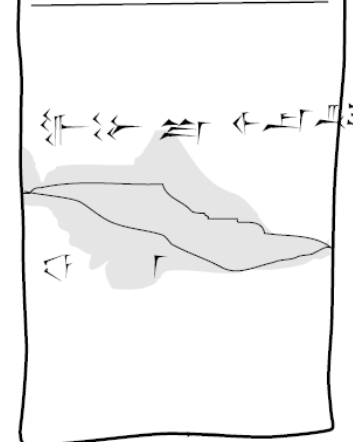


1 <i>šusi</i>	10
2 <i>šusi</i>	20
3 <i>šusi</i>	30
4 <i>šusi</i>	40
5 <i>šusi</i>	50
6 <i>šusi</i>	1
7 <i>šusi</i>	1:10
8 <i>šusi</i>	1:20
9 <i>šusi</i>	1:30
$\frac{1}{3}$ <i>kuš</i>	1:40
$\frac{1}{2}$ <i>kuš</i>	2:30
$\frac{2}{3}$ <i>kuš</i>	3:20
$\frac{5}{6}$ <i>kuš</i>	4:10
1 <i>kuš</i>	5
1 $\frac{1}{3}$ <i>kuš</i>	6:40
1 $\frac{1}{2}$ <i>kuš</i>	7:30
1 $\frac{2}{3}$ <i>kuš</i>	8:20
2 <i>kuš</i>	10

Tables métrologique : mesures de longueur et nombres
sexagésimaux positionnels associés
Université de Iéna (HS 41)

Table d'inverses

(MS 3874, copie Friberg 2007, 69)



2	30
3	20
4	15
5	12
6	10
8	7:30
9	6:40
10	6
12	5
15	4
16	3:45
18	3:20
20	3
24	2:30
25	2:24
27	2:13:20
30	2
32	1:52:30
36	1:40
40	1:30
45	1:20
48	1:15
50	1:12
54	1:6:40
1	1
1:4	56:15
1:21	44:26:40

A 29985



Inverser

17:46:40

Son inverse 3:22:30

=====

17:46:40 [9]

2:40 22:[30]

3:22:[30]



Un scribe bavard,
sa faute est très grande.

Un scribe bavard,
sa faute est très grande.

=====

17:46:40 9

1:30*



20
20
6:40

2 *šusi* est le côté.
Quelle est sa surface ?
Sa surface est $\frac{1}{3}$ *še*



Ni 18, Istanbul

2:10

2:10

4:26¹:40

1/3 kuš₃ 3 šu-si son côté

sa surface combien ?

sa surface 13 še

igi-4¹ gal₂ še

=====

Table de multiplication



4

3

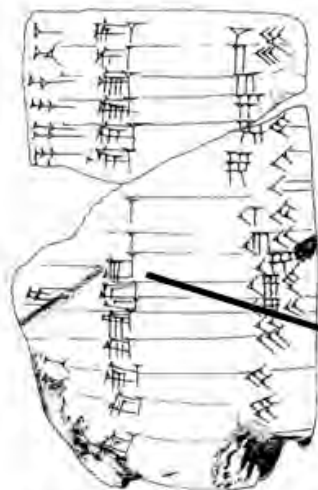
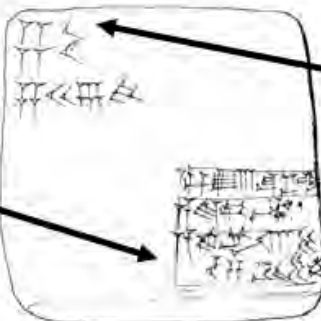


Table métrologique S

5

6



Calcul de surface

2

1



Table métrologique L

Nombre et quantité

Deux types de nombres

- Des nombres **non positionnels**, sexagésimaux ou non, **toujours** suivis d'unité de mesure ou du nom d'items dénombrés, sont utilisés pour exprimer des **quantités** (mesures, nombre de choses)
- Des nombres sexagésimaux **positionnels**, **jamais** suivis d'unité de mesure ou du noms d'items dénombrés, sont utilisés uniquement pour les **calculs**, pour les multiplications et les inversions.

En conclusion, la pratique des nombres dans l'enseignement élémentaire à Nippur témoigne de la dissociation de deux fonctions distinctes : quantifier et calculer. La quantification est prise en charge par des nombres de principe additif, dont l'ordre de grandeur est parfaitement défini. La fonction de calcul (pour la multiplication) est prise en charge par des nombres sexagésimaux positionnels flottants et isolés (non suivis d'unité de mesure).

Algorithme d'inversion



face

4:26:40

son inverse 13:30

=====

revers

4:26:40 9

40*

1:30

13:30

*erreur du scribe: il a écrit 41 au lieu de 40



2	30
3	20
4	15
5	12
6	10
8	7:30
9	6:40
10	6
12	5
15	4
16	3:45
18	3:20
20	3
24	2:30
25	2:24
27	2:13:20
30	2
32	1:52:30
36	1:40
40	1:30
45	1:20
48	1:15
50	1:12
54	1:6:40
1	1
1:4	56:15
1:21	44:26:40



$$\begin{array}{rcl}
 4:26:40 & & 9 \\
 40 & & 1:30 \\
 & & 13:30
 \end{array}$$

4:26:40 se termine par le nombre régulier 6:40, donc 4:26:40 est « divisible » par 6:40. Pour diviser 4:26:40 par 6:40, on multiplie 4:26:40 par l'inverse de 6:40.

L'inverse de 6:40 est 9.

Ce nombre 9 est posé à droite.

Le produit de 4:26:40 par 9 donne 40, donc 40 est le quotient de 4:26:40 par 6:40 ; ce nombre est posé à gauche.

L'inverse de 40 est 1:30. Le nombre 1:30 est posé à droite.

Pour trouver l'inverse de 4:26:40, on n'a plus qu'à multiplier les inverses des facteurs de 4:26:40, c'est-à-dire les nombres 9 et 1:30 posés à droite. Ce qui donne 13:30, l'inverse cherché.

En résumé:

Colonne de gauche

$$4:26:40 = 6:40 \times 40$$

Colonne de droite

$$9 \times 1:30 = 13:30$$

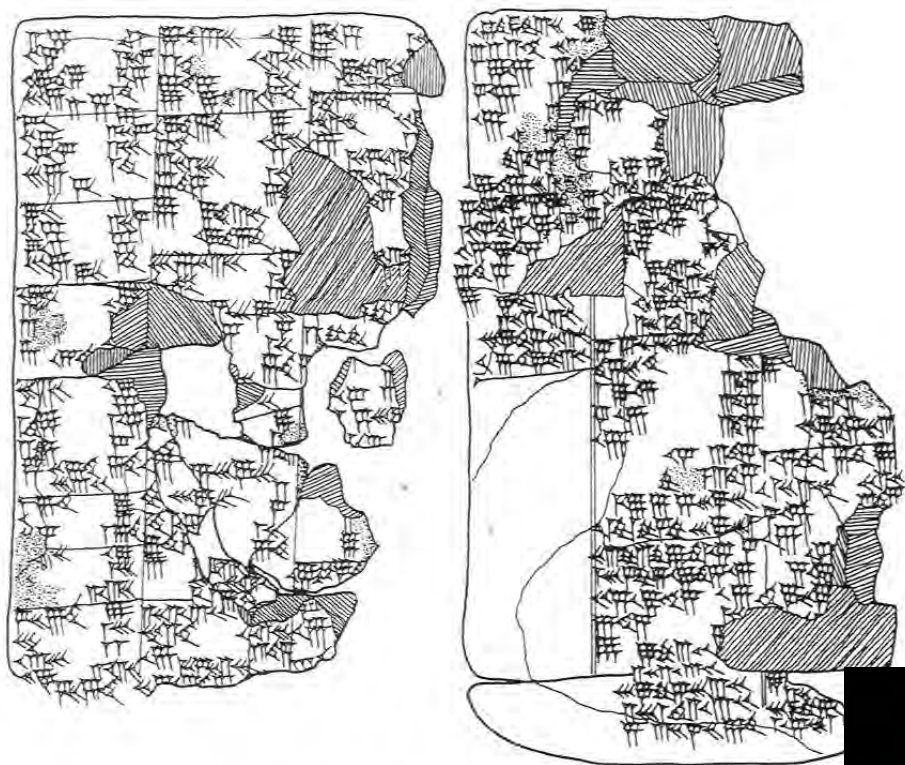


Figure 3: CBS 1215 obverse, reverse and lower edge (96% actual size)

[Robson 2000, p. 14]



colonne I	colonne II	colonne III
#1 <div> <div>2.512</div> <div>252.24</div> <div>28.481.15</div> <div>361.40</div> </div> <div>2.5</div>	#9 <div> <div>8.53.2018</div> <div>2.4022.30</div> <div>6.451.20</div> <div>96.40</div> </div> <div>8.53.20</div>	<div> <div>6.451.20</div> <div>9[6.40]</div> <div>8.53.20</div> <div>[2.2]2.13.[20]</div> </div> <div>#14</div> <div> <div>4.44.26.40[9]</div> <div>42.402[2.30]</div> <div>163.[45]</div> <div>1.24.22.30</div> <div>[12.3]9.22.30[2]</div> <div>[25.18].45*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8].53.20</div> <div>[2.22.13.20]</div> <div>[4.44.26.40]</div> <div>#15</div> <div> <div>[9.28].53.[20][18]</div> <div>2.50.40[1.30]</div> <div>[4.16][3.45]</div> <div>[16][3.45]</div> <div>14.3.[45]</div> <div>[2]1.5.3[7.30]</div> <div>[6.19.4]1.15[4]</div> <div>[25.18.45]*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8.53.20]</div> <div>2.[22.13.20]</div> <div>9.[28.53.20]</div> <div>#16</div> <div> <div>18.57.[46.40][9]</div> <div>[2.50.40][1.30]</div> <div>4.[16][3.45]</div> <div>16[3.45]</div> <div>[14].3. [45]</div> <div>[21.5.37.30]</div> <div>[3.9.50.37.30][2]</div> <div>[6.19.41.15][4]</div> </div> <div>(suite sur le revers)</div>
#2 <div> <div>4.106</div> <div>252.24</div> <div>14.242.30</div> <div>361.40</div> </div> <div>4.10</div>	#10 <div> <div>17.46.409</div> <div>2.4022.30</div> <div>3.22.302</div> <div>6.451.20</div> <div>96.40</div> </div> <div>8.53.20</div>	<div> <div>4.44.26.40[9]</div> <div>42.402[2.30]</div> <div>163.[45]</div> <div>1.24.22.30</div> <div>[12.3]9.22.30[2]</div> <div>[25.18].45*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8].53.20</div> <div>[2.22.13.20]</div> <div>[4.44.26.40]</div> <div>#15</div> <div> <div>[9.28].53.[20][18]</div> <div>2.50.40[1.30]</div> <div>[4.16][3.45]</div> <div>[16][3.45]</div> <div>14.3.[45]</div> <div>[2]1.5.3[7.30]</div> <div>[6.19.4]1.15[4]</div> <div>[25.18.45]*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8.53.20]</div> <div>2.[22.13.20]</div> <div>9.[28.53.20]</div> <div>#16</div> <div> <div>18.57.[46.40][9]</div> <div>[2.50.40][1.30]</div> <div>4.[16][3.45]</div> <div>16[3.45]</div> <div>[14].3. [45]</div> <div>[21.5.37.30]</div> <div>[3.9.50.37.30][2]</div> <div>[6.19.41.15][4]</div> </div> <div>(suite sur le revers)</div>
#3 <div> <div>8.203</div> <div>252.24</div> <div>7.125</div> <div>361.40</div> </div> <div>8.20</div>	#11 <div> <div>36^{sic} 2^{sic}3.2018</div> <div>10.401.[30]</div> <div>[16]3.4[5]</div> <div>5.37.30</div> <div>[1.41.1]54</div> <div>[6.45]1.20</div> <div>[9]6.40</div> <div>[8.53].20</div> <div>[35.33].20</div> </div> <div>8.53.20</div> <div>17.46.40</div>	<div> <div>6.451.20</div> <div>9[6.40]</div> <div>8.53.20</div> <div>[2.2]2.13.[20]</div> </div> <div>#14</div> <div> <div>4.44.26.40[9]</div> <div>42.402[2.30]</div> <div>163.[45]</div> <div>1.24.22.30</div> <div>[12.3]9.22.30[2]</div> <div>[25.18].45*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8].53.20</div> <div>[2.22.13.20]</div> <div>[4.44.26.40]</div> <div>#15</div> <div> <div>[9.28].53.[20][18]</div> <div>2.50.40[1.30]</div> <div>[4.16][3.45]</div> <div>[16][3.45]</div> <div>14.3.[45]</div> <div>[2]1.5.3[7.30]</div> <div>[6.19.4]1.15[4]</div> <div>[25.18.45]*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8.53.20]</div> <div>2.[22.13.20]</div> <div>9.[28.53.20]</div> <div>#16</div> <div> <div>18.57.[46.40][9]</div> <div>[2.50.40][1.30]</div> <div>4.[16][3.45]</div> <div>16[3.45]</div> <div>[14].3. [45]</div> <div>[21.5.37.30]</div> <div>[3.9.50.37.30][2]</div> <div>[6.19.41.15][4]</div> </div> <div>(suite sur le revers)</div>
#4 <div> <div>16.409</div> <div>2.3024</div> <div>3.[36][1.40]</div> <div>610</div> </div> <div>15^{sic}.40</div>	#12 <div> <div>[1].11.6.[40]9</div> <div>10.401.[30]</div> <div>163.4[5]</div> <div>5.37.30</div> <div>50.37.302</div> <div>1.41.154</div> <div>6.4[5]1.20</div> <div>96.40</div> <div>[8.53].20</div> <div>[35.33].20</div> </div> <div>8.53.20</div> <div>17.46.40</div>	<div> <div>6.451.20</div> <div>9[6.40]</div> <div>8.53.20</div> <div>[2.2]2.13.[20]</div> </div> <div>#14</div> <div> <div>4.44.26.40[9]</div> <div>42.402[2.30]</div> <div>163.[45]</div> <div>1.24.22.30</div> <div>[12.3]9.22.30[2]</div> <div>[25.18].45*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8].53.20</div> <div>[2.22.13.20]</div> <div>[4.44.26.40]</div> <div>#15</div> <div> <div>[9.28].53.[20][18]</div> <div>2.50.40[1.30]</div> <div>[4.16][3.45]</div> <div>[16][3.45]</div> <div>14.3.[45]</div> <div>[2]1.5.3[7.30]</div> <div>[6.19.4]1.15[4]</div> <div>[25.18.45]*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8.53.20]</div> <div>2.[22.13.20]</div> <div>9.[28.53.20]</div> <div>#16</div> <div> <div>18.57.[46.40][9]</div> <div>[2.50.40][1.30]</div> <div>4.[16][3.45]</div> <div>16[3.45]</div> <div>[14].3. [45]</div> <div>[21.5.37.30]</div> <div>[3.9.50.37.30][2]</div> <div>[6.19.41.15][4]</div> </div> <div>(suite sur le revers)</div>
#5 <div> <div>33.2018</div> <div>106</div> <div>1.481.15</div> <div>2.154</div> <div>8^{sic}6.40</div> <div>26.40</div> <div>33.20</div> </div>	#13 <div> <div>2.22.13.20[18]</div> <div>42.4022.30</div> <div>163.45</div> <div>1.24.22.30</div> <div>25.18.45*[16]</div> </div>	<div> <div>6.451.20</div> <div>9[6.40]</div> <div>8.53.20</div> <div>[2.2]2.13.[20]</div> </div> <div>#14</div> <div> <div>4.44.26.40[9]</div> <div>42.402[2.30]</div> <div>163.[45]</div> <div>1.24.22.30</div> <div>[12.3]9.22.30[2]</div> <div>[25.18].45*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8].53.20</div> <div>[2.22.13.20]</div> <div>[4.44.26.40]</div> <div>#15</div> <div> <div>[9.28].53.[20][18]</div> <div>2.50.40[1.30]</div> <div>[4.16][3.45]</div> <div>[16][3.45]</div> <div>14.3.[45]</div> <div>[2]1.5.3[7.30]</div> <div>[6.19.4]1.15[4]</div> <div>[25.18.45]*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8.53.20]</div> <div>2.[22.13.20]</div> <div>9.[28.53.20]</div> <div>#16</div> <div> <div>18.57.[46.40][9]</div> <div>[2.50.40][1.30]</div> <div>4.[16][3.45]</div> <div>16[3.45]</div> <div>[14].3. [45]</div> <div>[21.5.37.30]</div> <div>[3.9.50.37.30][2]</div> <div>[6.19.41.15][4]</div> </div> <div>(suite sur le revers)</div>
#6 <div> <div>1.6.409</div> <div>106</div> <div>541.6.40</div> </div>	#13 <div> <div>2.22.13.20[18]</div> <div>42.4022.30</div> <div>163.45</div> <div>1.24.22.30</div> <div>25.18.45*[16]</div> </div>	<div> <div>6.451.20</div> <div>9[6.40]</div> <div>8.53.20</div> <div>[2.2]2.13.[20]</div> </div> <div>#14</div> <div> <div>4.44.26.40[9]</div> <div>42.402[2.30]</div> <div>163.[45]</div> <div>1.24.22.30</div> <div>[12.3]9.22.30[2]</div> <div>[25.18].45*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8].53.20</div> <div>[2.22.13.20]</div> <div>[4.44.26.40]</div> <div>#15</div> <div> <div>[9.28].53.[20][18]</div> <div>2.50.40[1.30]</div> <div>[4.16][3.45]</div> <div>[16][3.45]</div> <div>14.3.[45]</div> <div>[2]1.5.3[7.30]</div> <div>[6.19.4]1.15[4]</div> <div>[25.18.45]*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8.53.20]</div> <div>2.[22.13.20]</div> <div>9.[28.53.20]</div> <div>#16</div> <div> <div>18.57.[46.40][9]</div> <div>[2.50.40][1.30]</div> <div>4.[16][3.45]</div> <div>16[3.45]</div> <div>[14].3. [45]</div> <div>[21.5.37.30]</div> <div>[3.9.50.37.30][2]</div> <div>[6.19.41.15][4]</div> </div> <div>(suite sur le revers)</div>
#7 <div> <div>[2].13.2018</div> <div>[40]1.30</div> <div>[27]2.13.20</div> </div>	#13 <div> <div>2.22.13.20[18]</div> <div>42.4022.30</div> <div>163.45</div> <div>1.24.22.30</div> <div>25.18.45*[16]</div> </div>	<div> <div>6.451.20</div> <div>9[6.40]</div> <div>8.53.20</div> <div>[2.2]2.13.[20]</div> </div> <div>#14</div> <div> <div>4.44.26.40[9]</div> <div>42.402[2.30]</div> <div>163.[45]</div> <div>1.24.22.30</div> <div>[12.3]9.22.30[2]</div> <div>[25.18].45*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8].53.20</div> <div>[2.22.13.20]</div> <div>[4.44.26.40]</div> <div>#15</div> <div> <div>[9.28].53.[20][18]</div> <div>2.50.40[1.30]</div> <div>[4.16][3.45]</div> <div>[16][3.45]</div> <div>14.3.[45]</div> <div>[2]1.5.3[7.30]</div> <div>[6.19.4]1.15[4]</div> <div>[25.18.45]*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8.53.20]</div> <div>2.[22.13.20]</div> <div>9.[28.53.20]</div> <div>#16</div> <div> <div>18.57.[46.40][9]</div> <div>[2.50.40][1.30]</div> <div>4.[16][3.45]</div> <div>16[3.45]</div> <div>[14].3. [45]</div> <div>[21.5.37.30]</div> <div>[3.9.50.37.30][2]</div> <div>[6.19.41.15][4]</div> </div> <div>(suite sur le revers)</div>
#8 <div> <div>4.26.409</div> <div>401.30</div> <div>13.302</div> <div>272.13.20</div> <div>4.26.40</div> </div>	#13 <div> <div>2.22.13.20[18]</div> <div>42.4022.30</div> <div>163.45</div> <div>1.24.22.30</div> <div>25.18.45*[16]</div> </div>	<div> <div>6.451.20</div> <div>9[6.40]</div> <div>8.53.20</div> <div>[2.2]2.13.[20]</div> </div> <div>#14</div> <div> <div>4.44.26.40[9]</div> <div>42.402[2.30]</div> <div>163.[45]</div> <div>1.24.22.30</div> <div>[12.3]9.22.30[2]</div> <div>[25.18].45*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8].53.20</div> <div>[2.22.13.20]</div> <div>[4.44.26.40]</div> <div>#15</div> <div> <div>[9.28].53.[20][18]</div> <div>2.50.40[1.30]</div> <div>[4.16][3.45]</div> <div>[16][3.45]</div> <div>14.3.[45]</div> <div>[2]1.5.3[7.30]</div> <div>[6.19.4]1.15[4]</div> <div>[25.18.45]*[16]</div> <div>[6.45][1.20]</div> <div>[9][6.40]</div> </div> <div>[8.53.20]</div> <div>2.[22.13.20]</div> <div>9.[28.53.20]</div> <div>#16</div> <div> <div>18.57.[46.40][9]</div> <div>[2.50.40][1.30]</div> <div>4.[16][3.45]</div> <div>16[3.45]</div> <div>[14].3. [45]</div> <div>[21.5.37.30]</div> <div>[3.9.50.37.30][2]</div> <div>[6.19.41.15][4]</div> </div> <div>(suite sur le revers)</div>

colonne III	colonne II	colonne I
#21 <div> <div>10.6.48.53.2018</div> <div>3.2.2.4022.[30]</div> <div>1.8.163.4[5]</div> <div>4.163.[45]</div> <div>163.[45]</div> <div>1[4.3.4]5</div> <div>52.44.[3.4]5</div> <div>19.46.31.24.22.[30]</div> <div>5.55.57.25.18.4[5]16</div> <div>1.34.55.18.45*16</div> <div>25.18.45*[16]</div> <div>6.45[1.20]</div> <div>9[6.40]</div> <div>8.53.20</div> <div>2.22.13.20</div> <div>37.55.33.20</div> <div>10.6.48.53.20</div> </div>	#19 <div> <div>[2.31.42.13.2018]</div> <div>[45.30.401.30]</div> <div>[1.8.163.45]</div> <div>[4.163.45]</div> <div>16[3.45]</div> <div>14.[3.45]</div> <div>5[2.44.3.45]</div> <div>1.18^{sic}.6.[5.37.30]</div> <div>23.43.49.[41.15][4]</div> <div>1.[3]4.55.18.45*[16]</div> <div>[25].18.45*1[6]</div> <div>[6].451.[20]</div> <div>[9]6.40</div> <div>8.53.20</div> <div>2.22.13.20</div> <div>37.55.3[3.20]</div> <div>2.31.42.13.[20]</div> </div> <div>#20</div> <div> <div>5.3.24.26.40[9]</div> <div>45.30.401.30</div> <div>1.8.163.45</div> <div>4.163.45</div> <div>163.45</div> <div>14.3.45</div> <div>5[2.44].3.45</div> <div>1.19.6.5.37.30</div> <div>11.51.54.50.37.302</div> <div>23.43.49.41.154</div> <div>1.34.55.18.45*16</div> <div>25.18.45*16</div> <div>6.451.20</div> <div>96.[40]</div> <div>8.53.20</div> <div>2.22.13.20</div> <div>37.55.33.20</div> <div>2.31.42.13.20</div> <div>5.3.24.26.40</div> </div>	#16 (suite) <div> <div>[25.18.45*16]</div> <div>[6.451.20]</div> <div>96.40]</div> <div>[8.53.20]</div> <div>[2.22.13.20]</div> <div>[9.28.53.20]</div> <div>[18.57.46.40]</div> </div> <div>#17</div> <div> <div>[37.55.33.2018]</div> <div>[11.22.4022.30]</div> <div>[4.163.45]</div> <div>163.45]</div> <div>[14.3.45]</div> <div>[5.16.24.22.30]</div> <div>[1.34.55.18.45*16]</div> <div>[25.18.45*16]</div> <div>[6.451.20]</div> <div>9[6.40]</div> <div>[8.53.20]</div> <div>2.22.13.[20]</div> <div>37.55.33.[20]</div> </div> <div>#18</div> <div> <div>1.15.51.6.409</div> <div>11.22.4022.30</div> <div>4.163.45</div> <div>16[3.45]</div> <div>14.[3.45]</div> <div>5.16.[24.22.30]</div> <div>47.27.[39.22.302]</div> <div>[1.34.55.18.45*16]</div> <div>[25.18.45*16]</div> <div>[6.451.20]</div> <div>9[6.40]</div> <div>[8.53.20]</div> <div>2.2[2.13.20]</div> <div>37.55.[33.20]</div> <div>1.15.51.[6.40]</div> </div>

L'algorithme d'inversion

2	30
3	20
4	15
5	12
6	10
8	7:30
9	6:40
10	6
12	5
15	4
16	3:45
18	3:20
20	3
24	2:30
25	2:24
27	2:13:20
30	2
32	1:52:30
36	1:40
40	1:30
45	1:20
48	1:15
50	1:12
54	1:6:40
1	1
1:4	56:15
1:21	44:26:40

- le nombre 2:5 se termine par 5, qui appartient à la table d'inverses, donc 5 est un facteur régulier élémentaire de 2:5 ;
- l'inverse de 5 est 12 ; on pose 12 à droite ;
- le produit de 2:5 par 12 est 25 ; 25 est donc un deuxième facteur et il est régulier ; on pose 25 à gauche, et son inverse 2:24 est posé à droite ;
- le nombre 2:5 se décompose donc en produit de deux facteurs réguliers élémentaires, 5 et 25 ;
- l'inverse de 2:5 est le produit des inverses de ces deux facteurs, c'est-à-dire des nombres posés à droite : 12 et 2:24 ;
- le produit de 2:24 par 12 est 28:48
- 28:48 est l'inverse cherché.



2:5	12
25	2:24
<u>28:48</u>	1:15
36	1:40
	2:5

La factorisation de 2:5 apparaît dans la colonne de gauche :

$$2:5 = 5 \times 25$$

La factorisation de l'inverse de 2:5 apparaît dans la colonne de droite :

$$12 \times 2:24 = 28:48$$

Itération - réciprocité

2 30
 3 20
 4 15
 5 12
 6 10
 8 7:30
 9 6:40
 10 6
 12 5
 15 4
 16 3:45
 18 3:20
 20 3
 24 2:30
 25 2:24
 27 2:13:20
 30 2
 32 1:52:30
 36 1:40
 40 1:30
 45 1:20
 48 1:15
 50 1:12
 54 1:6:40
 1 1
 1:4 56:15
 1:21 44:26:40

Transcription

Copie [Robson 2000, p. 23]

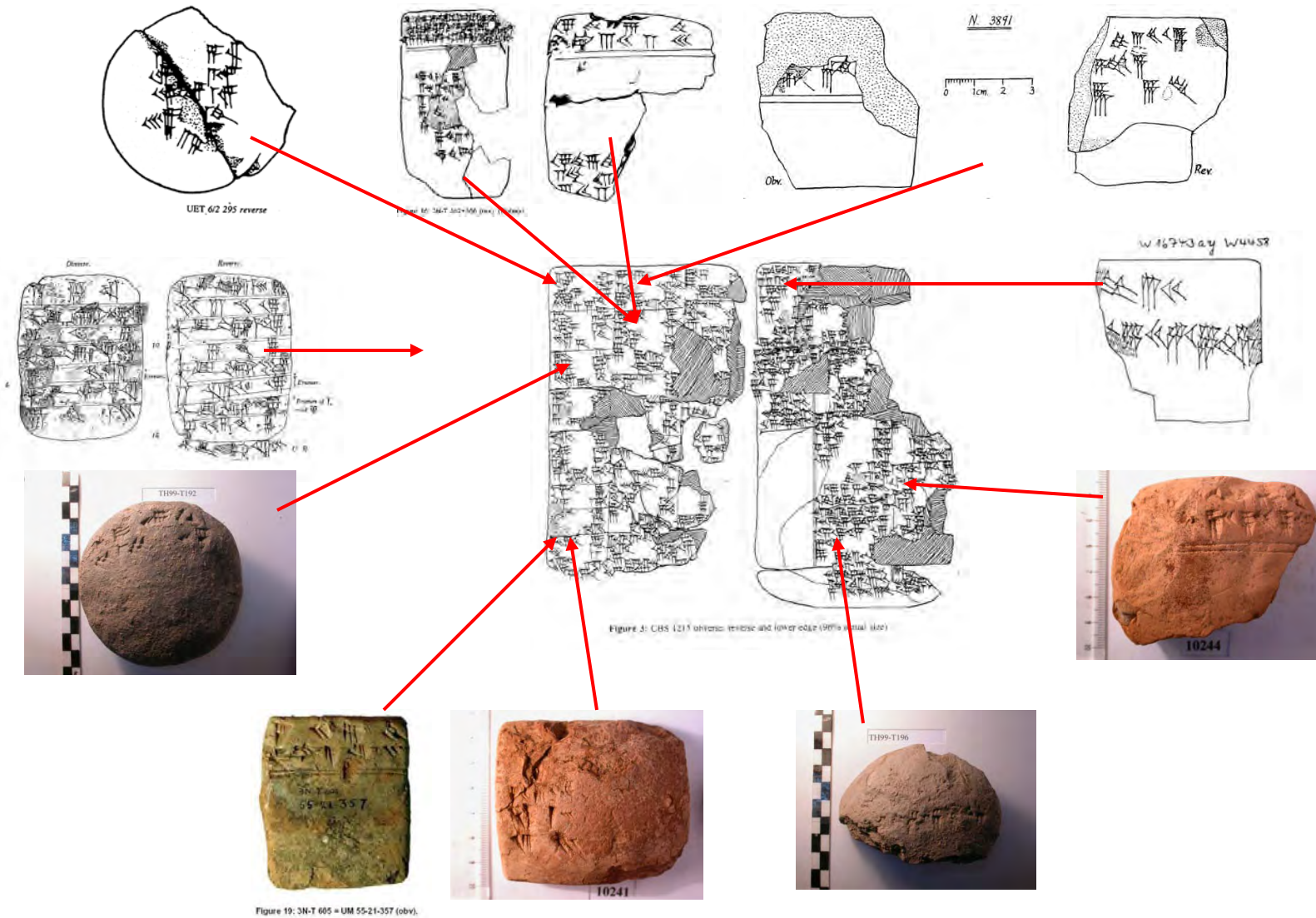
5.3.24.26.40	[9]
45.30.40	1.30
1.8.16	3.45
4.16	3.45
16	3.45
14.3.45	
5[2.44].3.45	
1.19.6.5.37.30	
<u>11.51.54.50.37.30</u>	2
23.43.49.41.15	4
1.34.55.18.45*	16
25.18.45*	16
6.45	1.20
9	6.[40]
8.53.20	
2.22.13. 20	
37.55.33.20	
2.31.42.13.20	
<u>5.3.24.26.40</u>	



Colonne de gauche : $5:3:24:26:40 = 6:40 \times 40 \times 16 \times 16 \times 16$

Colonne de droite : $9 \times 1:30 \times 3:45 \times 3:45 \times 3:45 =$
 $11:51:54:50:37:30$

École et érudition





L'algorithme d'inversion selon l'interprétation d'Abraham Sachs (1947)

20	5,3,24,26;40 ①	5,3,24,20	6;40	0;9 ②	45,30,40 ③	0;0,0,1,19,6,5,37,30 ⑬	0;0,0,0,11,51,54,50,37,30 ⑭
	45,30,40 ③	45,30,0	40	0;1,30 ④	1,8,16 ⑤	0;0,0,52,44,3,45 ⑫	0;0,0,1,19,6,5,37,30 ⑬
	1,8,16 ⑤	1,8,0	16	0;3,45 ⑥	4,16 ⑦	0;0,14,3,45 ⑪	0;0,0,52,44,3,45 ⑫
	4,16 ⑦	4,0	16	0;3,45 ⑧	16 ⑨	0;3,45 ⑩	0;0,14,3,45 ⑪
	0;0,0,0,11,51,54,50,37,30 ①	0;0,0,0,11,51,54,50,37	0;0,0,0,0,0,0,0,30	2,0,0,0,0,0,0,0 ②	23,43,49,41,15 ③	0;0,0,0,2,31,42,13,20 ⑯	5,3,24,26;40 ⑰
	23,43,49,41,15 ③	23,43,49,41,0	15	0;4 ④	1,34,55,18,45 ⑤	0;0,0,0,37,55,33,20 ⑮	0;0,0,0,2,31,42,13,20 ⑯
	1,34,55,18,45 ⑤	1,34,55,15,0	3,45	0;0,16 ⑥	25,18,45 ⑦	0;0,0,2,22,13,20 ⑭	0;0,0,0,37,55,33,20 ⑮
	25,18,45 ⑦	25,15,0	3,45	0;0,16 ⑧	6,45 ⑨	0;0,8,53,20 ⑬	0;0,0,2,22,13,20 ⑭
	6,45 ⑨	6,0	45	0;1,20 ⑩	9 ⑪	0;6,40 ⑫	0;0,8,53,20 ⑬

Les nombres abstraits ne sont pas des quantités, mais des instruments de calcul



Un texte de procédure: YBC 4663



La tablette YBC 4663, conservée à l'université Yale, est d'origine inconnue; elle a probablement été trouvée en Mésopotamie du sud.

Sa typologie et son contenu font penser qu'il s'agit d'une liste de problèmes destinée à l'enseignement. Il s'agirait d'une sorte de manuel de mathématiques à l'usage des étudiants qui venaient de terminer l'enseignement élémentaire.

Le texte est composé de huit problèmes résolus. Ils donnent les outils de base pour la résolution des problèmes linéaires et quadratiques simples. Il s'agit du creusement d'une tranchée, sans doute destinée à la construction d'un canal d'irrigation.

Les six premiers problèmes traitent de situations de proportionnalité simple ou double, et sont résolus par une suite de multiplications et d'inversions. Les deux derniers problèmes sont du second degré.

YBC 4663 #1

1. Une tranchée. 5 *ninda* sa longueur, 1 1/2 *ninda* sa largeur, 1/2 *ninda* sa profondeur. 10 *gin* le volume assigné. 6 *še* le [salaire (d'un ouvrier)].
2. La base, le volume, le nombre d'ouvriers et l'argent (des salaires) combien ? Toi, pour le savoir :
3. La longueur et la largeur croise, 7:30 *te donnera*.
4. 7:30 à la profondeur élève, 45 *te donnera*.
5. L'inverse du volume assigné dénoue, 6 *te donnera*. A 45 élève, 4:30 *te donnera*.
6. 4:30 au salaire élève, 9 *te donnera*. Telle est la façon de procéder.

Énoncé

- Données: mesure
- Langue: Sumérien

Procédure:

- Operations: sur nombres abstraits
- Langue: Akkadien

Réponse:

- Nombre abstrait
- Puis, généralement, mesure

Données

longueur	5 <i>ninda</i>	→ 5	(table L)
largeur	1 1/2 <i>ninda</i>	→ 1:30	(table L)
profondeur	1/2 <i>ninda</i>	→ 6	(table Lh)
salaire	6 <i>še</i>	→ 2	(table P)
volume assigné	10 <i>gin</i>	→ 10	(table S)

Opérations

longueur × largeur	$5 \times 1:30 = 7:30$	ligne 3
surface × profondeur	$7:30 \times 6 = 45$	ligne 4
volume / volume assigné	$45 / 10 = 4.5 \times 6 = 4:30$	ligne 5
nombre d'ouvriers × salaire journalier	$4:30 \times 2 = 9$	ligne 6

YBC 4663 #4

20. 9 *gin* l'argent (total) pour une tranchée. 5 *ninda* sa longueur, 1 1/2 *ninda* sa largeur. 10 *gin* le volume assigné. 6 *še* (d'argent) le salaire (d'un ouvrier).
21. Sa profondeur combien ? Toi, pour le savoir :
22. la longueur et la largeur croise. 7:30 *te donnera*. L'inverse du volume assigné *dénoue*,
23. à 7:30 *élève*. 45 *te donnera*. 45 *au salaire élève*.
24. 1:30 *te donnera*. L'inverse de 1:30 *dénoue*. 40 *te donnera*.
25. 40 à 9, l'argent (total), *élève*. 6, la profondeur, *te donnera*. 1/2 *ninda* sa profondeur. <Telle est la *procédure*.>

Enoncé

- Données: mesure
- Langue: Sumérien

Procédure:

- Operations: sur nombres abstraits
- Langue: Akkadien

Réponse:

- Nombre abstrait
- Puis, généralement, mesure

Données

argent	9 <i>gin</i>	→ 9	(table P)
longueur	5 <i>ninda</i>	→ 5	(table L)
largeur	1 1/2 <i>ninda</i>	→ 1:30	(table L)
volume assigné	10 <i>gin</i>	→ 10	(table S)
salaire	6 <i>še</i>	→ 2	(table P)

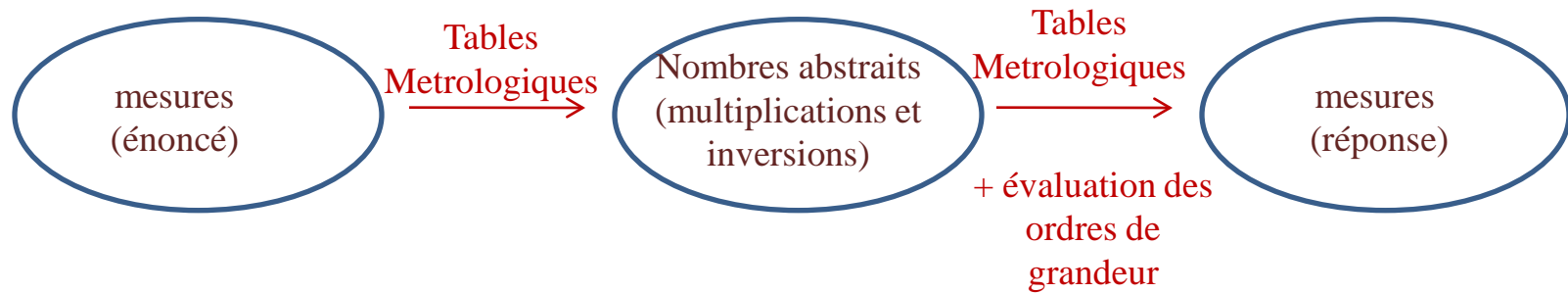
Opérations

longueur × largeur	$5 \times 1:30 = 7:30$	ligne 22
base / volume assigné	$7:30 / 10 = 7:30 \times 6 = 45$	lignes 22-23
(base / volume assigné) × salaire	$45 \times 2 = 1:30$	ligne 23-24
argent / [(base / volume assigné) × salaire]	$9 / 1:30 = 9 \times 40 = 6$	ligne 25

Réponse

profondeur	6 → 1/2 <i>ninda</i>	(table Lh)
------------	----------------------	------------

Le schéma de calcul est le même dans ces problèmes
que dans l'exercice de calcul de surface (Ni 18)



YBC 4663 #7

1. 9 *gin* l'argent (total) pour la tranchée.
2. L'argent d'une tranchée. La longueur *et* la largeur j'ai ajouté : 6:30. $1/2$ *ninda* sa profondeur.
3. 10 *gin* la tâche assignée. 6 *še* (d'argent) le salaire (d'un ouvrier). La longueur et la largeur combien ?
4. Toi, pour le savoir : l'inverse de son salaire *dénoue*.
5. A 9 *gin*, l'argent, *élève*. 4:30 *te donnera*.
6. 4:30 à la tâche assignée *élève*. 45 *te donnera*.
7. L'inverse de la profondeur *dénoue*, à 45 *élève*. 7:30 *te donnera*.
8. La moitié de la longueur *et* la largeur *que j'ai* ajoutées *coupe*. 3:15 *te donnera*.
9. 3:15 avec lui-même croise. 10:33:45 *te donnera*.
10. 7:30 *du cœur de* 10:33:45 *soustrais*.
11. 3:3:45 *te donnera*. Son côté *prends*.
12. 1:45 *te donnera*. A l'un *ajoute*, de l'autre *soustrais*.
13. La longueur et la largeur *te donnera*. 5 *ninda* la longueur, $1 \frac{1}{2}$ *ninda* la largeur.

Enoncé

- Données: mesure
- Langue: Sumérien

Procédure:

- Operations: sur nombres abstraits
- Langue: Akkadien

Réponse:

- mesures

Données

argent	9 gin	→ 9	(table P)
longueur + largeur		→ 6:30	(directement SPVN)
profondeur	1/2 ninda	→ 6	(table Lh)
tâche	10 gin	→ 10	(table S)
salaire	6 še	→ 2	(table P)

- 4. Toi, pour le savoir : l'inverse de son salaire *dénoue*.
- 5. A 9 gin, l'argent, *élève*. 4:30 *te donnera*.
- 6. 4:30 à la tâche assignée *élève*. 45 *te donnera*.
- 7. L'inverse de la profondeur *dénoue*, à 45 *élève*. 7:30 *te donnera*.

La surface de base (longueur × largeur) est 7:30

longueur + largeur

→ 6:30

longueur × largeur

→ 7:30

1 <i>ninda</i>	→		1	
longueur	→		5	
largeur	→		1	30
surface	→	7	30	
longueur + largeur	→		6	30

A		
		U
	1	
	5	
	1	30
7	30	
	6	30

B		
	U	
	1	
	5	
	1	30
	7	30
	6	30

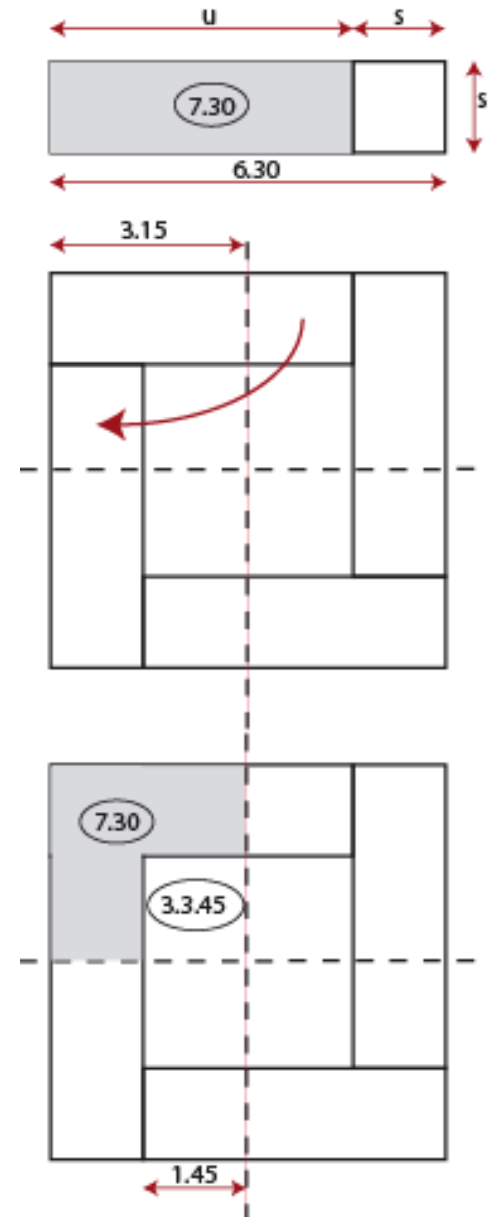
C			
U			
	1		
	5		
	1	30	
		7	30
	6	30	

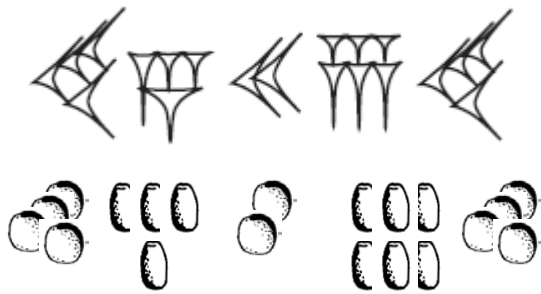
		A		
Lignes	Opérations			U
7.	Moitié		6	30
	=		3	15
8.	Produit		3	15
	=	10	3	15
			33	45
9. et 10.	Soustraction	10	33	45
	=	7	30	45
		3	3	
10. et 11.	Racine carrée	3	3	45
	=		1	45
11. et 12.	Addition		3	15
	=		1	45
	Soustraction		5	15
	=		3	45
			1	30
			1	

B		
U		
6	30	
3	15	
3	15	
3	15	45
10	33	
10	33	45
7	30	45
3	3	
3	3	45
1	45	
3	15	
1	45	
5	15	
3	45	
1	30	
1		

C				
U				
	6	30		
	3	15		
	3	15		
	3	15	33	45
		10		
		10	33	45
		7	30	45
		3	3	
		3	3	45
	1	45		
	3	15		
	1	45		
	5	15		
	3	45		
	1	30		
	1			

8. La moitié de la longueur *et* la largeur *que j'ai ajoutées coupe*. 3:15 *te donnera*.
9. 3:15 avec lui-même croise. 10:33:45 *te donnera*.
10. 7:30 *du cœur de* 10:33:45 *soustrais*.
11. 3:3:45 *te donnera*. *Son côté prends*.
12. 1:45 *te donnera*. *A l'un ajoute, de l'autre soustrais*.
13. La longueur et la largeur *te donnera*. 5 *ninda* la longueur, 1 1/2 *ninda* la largeur.





- Les nombres sexagésimaux positionnels des mathématiques d'époque paléo-babylonienne sont fondamentalement des instruments destinés au calcul, et non pas à la représentation des quantités.
- Dans le monde idéal des mathématiques d'école, seules les multiplications et les inversions agissent sur ces nombres flottants qui, de plus, sont généralement réguliers en base soixante.
- Les algorithmes fondamentaux de factorisation, qui permettent le calcul des inverses et des racines carrées et cubiques, doivent leur puissance et leur efficacité au caractère flottant des nombres sur lesquels ils agissent.
- Beaucoup de problèmes rencontrés dans les mathématiques cunéiformes, y compris dans des contextes de haute érudition, sont des problèmes de proportionnalité et se résolvent par une suite de multiplications et d'inversions. Certaines méthodes mathématiques utilisées à l'époque paléo-babylonienne sont particulièrement bien adaptées à cet univers multiplicatif : fausse position, agrandissement ou réduction des figures ou de certaines dimensions des figures, usage des coefficients.
- Cependant, cet univers multiplicatif est trop limité pour résoudre certains problèmes, notamment les problèmes quadratiques, où interviennent des additions. Pour des besoins de calculs particuliers, la position des unités de calcul doit être fixée à des moments précis du calcul.