Commentaires Présentation

Gilles Aldon

17 novembre 2007

1 Introduction

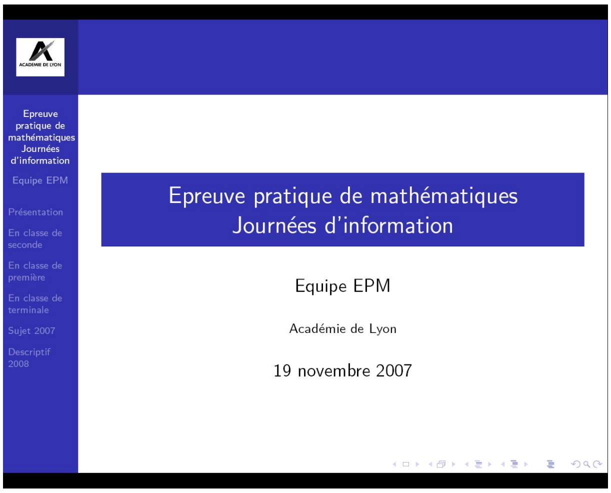
Dans un souci d'animation du stage, il nous a paru important de commencer la journée de présentation par une séance plénière ; cette présentation générale a pour objectifs de montrer concrètement les buts que l'on assigne à la journée :

préparer l'épreuve pratique de mathématiques

- commence dès la seconde avec une familiarisation progressive des élèves aux outils qu'ils pourront utiliser,
- se poursuit en première et terminale en lien direct avec le programme,
- peut donner lieu à des évaluations dont les formes différent des évaluations sur table.

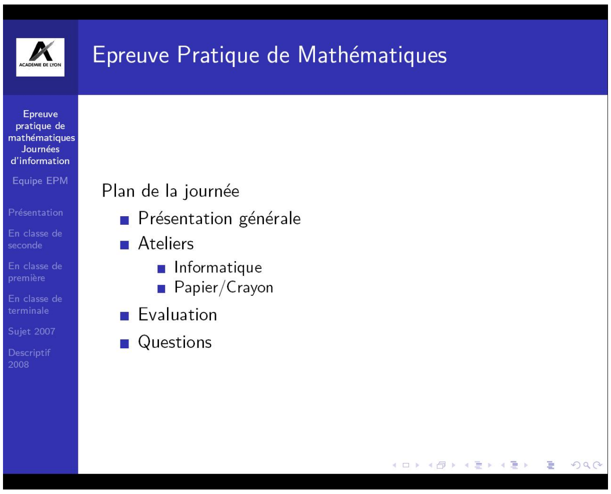
2 Les diapos

2.1 diapo 1



En attendant de commencer...

2.2 diapo 2



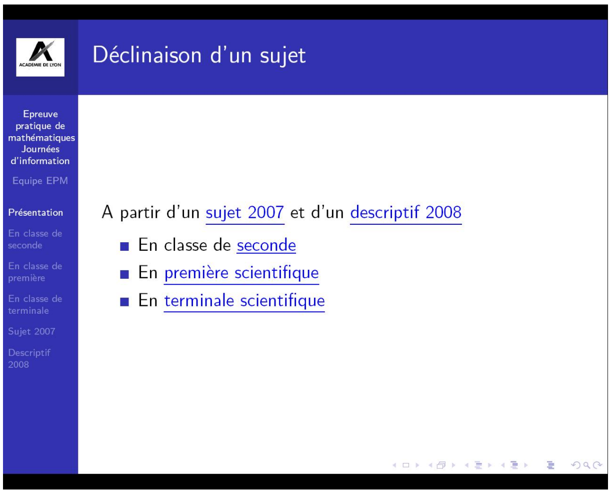
Le plan de la journée ; ce sera le moment d'expliquer la répartition en ateliers, et notamment les objectifs des ateliers :

Les stagiaires devront se déterminer pour l'ordre dans lequel ils choisissent de suivre les ateliers, sachant que l'atelier informatique du matin sera plus orienté vers une prise en main des logiciels pouvant être utilisés pour la préparation de l'épreuve pratique et que l'atelier informatique de l'après midi sera plus orienté vers une préparation de TP sur machine avec comme base les énoncés choisis.

L'atelier papier/crayon a comme objectif de concevoir des trames d'activités à partir des situations mathématiques décrites dans les descriptifs 2008 ou du programme de amthématiques de TS. Pour les formateurs, un des objectifs de cet atelier est de bien faire prendre en compte le fait que préparer l'épreuve pratique n'est pas une perte de temps dans l'avancement du programme, mais une autre façon de travailler les notions du programme.

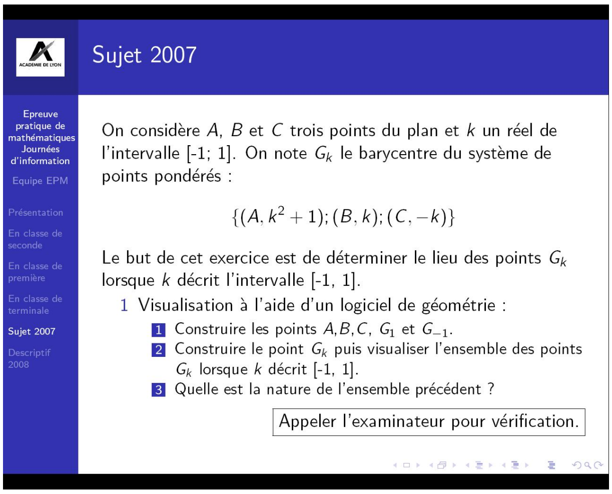
La partie Evaluation permettra de réfléchir aux modalités différentes à mettre en place pour évaluer les compétences des élèves d'un point de vue informatique et d'un point de vue mathématique.

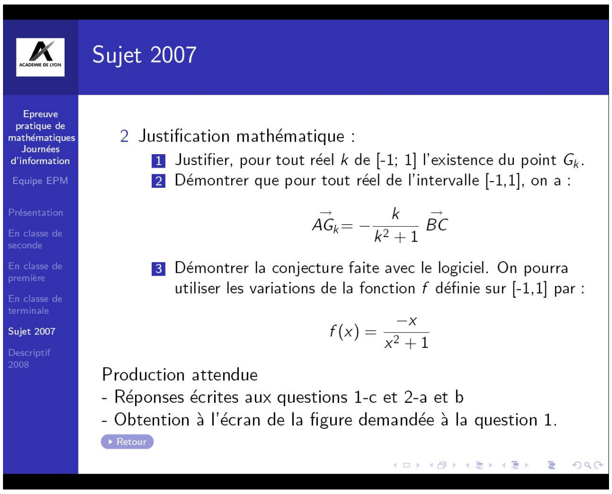
2.3 diapo 3



Sur cette diapositive, les textes en bleu sont des liens internes et montrent l'ordre de présentation et la logique du diaporama :

En partant d'un sujet qui a effectivement été testé et dont on pourra dire quelques éléments de l'évaluation qui en a été faite, et d'un descriptif des sujets 2008, on essaye de montrer ce qu'il peut être fait, depuis la classe de seconde pour familiariser les élèves avec les notions mathématiques sous-jacentes et les outils disponibles pour mener une réflexion faite d'allers-retours entre un travail papier crayon et un travail sur machine.

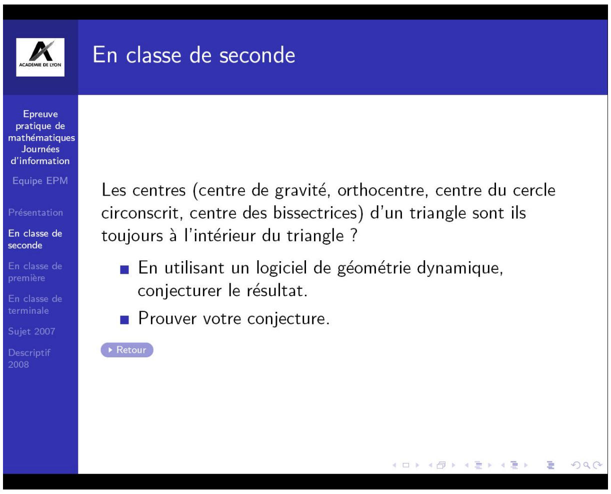




Noter ici l'utilisation du logiciel qui permet de visualiser le lieu et de rechercher le problème avec des idées claires sur le but à atteindre.

Le descriptif 2008 peut faire référence à ce type de sujet : des barycentres dont les coefficients sont des variables. On verra plus tard quelles applications en tirer au niveau terminale.

2.4 En seconde



Une activité préparatrice pourrait être de travailler sur les différents centres du triangles avec l'activité citée qui, bien sûr devrait être présentée avec quelques questions intermédiaires! Cette situation a été testée en classe de seconde dans un contexte d'utilisation de la TI *n*spire et peut être facilement transposé sur Geogebra ou autre logiciel de géométrie dynamique.

2.5 En première S

En classe de première

G est barycentre du système $\{(A, a), (B, b)\}$ Déterminer la position de G en fonction des valeurs de a et b

lancer

En classe de première

Dans le plan, on définit les points A, B et C formant un triangle non aplati. Le point G est le barycentre des points $\{(A, a), (B, b), (C, c)\}$.

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique construire les points A, B et C puis le point G. Quel semble être le lieu des points G lorsque les réels a, b et c varient en restant positifs ? On ne demande pas de démonstration à ce niveau.
2. Etude du cas $a > 0$, $b > 0$ et $c < 0$. Formuler une conjecture sur la position du point G par rapport au triangle ABC.
3. Démontrer la conjecture émise en 1).

Figure GeoGebra

Retour

Dans ces deux activités le rôle du logiciel est évidemment intéressant pour se rendre compte de la façon dont le barycentre varie en fonction des coefficients ; on peut, bien sûr faire le lien avec des position d'équilibre lorsque les coefficients ont le même signe mais l'avantage est ici de généraliser ; des questions supplémentaires à poser aux élèves lorsqu'on utilise l'imagiciel : quand G se trouvera-t'il à l'exterieur de $[AB]$? du côté de A ? du côté de B ? Et dans le cas de trois points, trouver des valeurs de a, b et c pour que G soit dans l'une ou l'autre des régions du plan ?

Les fichiers Geogebra peuvent être utilisés comme imagiciels mais on peut également imaginer un TP pendant lequel les élèves construiraient ces barycentres. On peut, par exemple demander la construction d'un barycentre uniquement à partir de la définition vectorielle, et dans ce cas la traduction impose une bonne compréhension à la fois des notions mathématiques sous-jacentes et des fonctionalités de la géométrie dynamique.

2.6 En terminale

En classe de terminale

Considérons trois points A, B et C munis respectivement des coefficients t^2, $2t(1-t)$ et $(1-t)^2$ où t est un réel de [0,1].

- Montrer que quelque soit la valeur de t, le barycentre de ce système existe.
- Avec la calculatrice représentez les fonctions $t \rightarrow t^2$, $t \rightarrow 2t(1-t)$ et $t \rightarrow (1-t)^2$ pour $t \in [0, 1]$.
- En utilisant un logiciel de géométrie dynamique, tracer le lieu des barycentres lorsque t décrit l'intervalle [0,1]
- Déterminer l'équation d'une telle courbe lorsque $A(-2, 0), B(0, 4), C(2, 0)$

En classe de terminale

D'une façon générale si t est une variable de l'intervalle [0, 1] et $P_0, P_1, ...P_n$ n+1 points, on définit la famille de polynômes de la manière suivante :

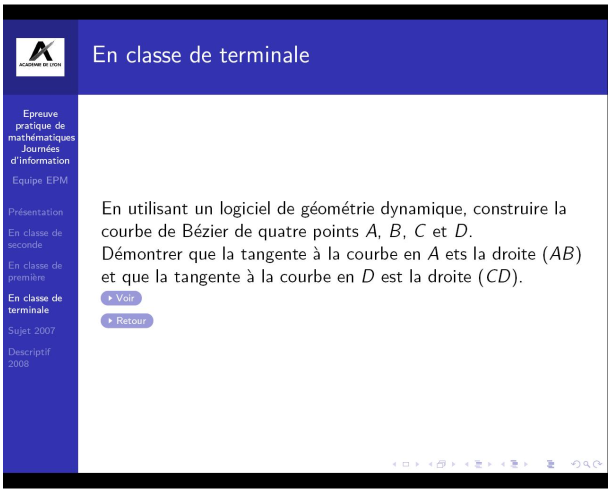
$$B_n^i : t \rightarrow \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$$

On définit alors le point M(t) dans un repère orthonormé par :

$$\overrightarrow{OM}(t) = \sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) \overrightarrow{OP_i} \quad (1)$$

Pour chaque t, M apparaît comme le barycentre du système de points pondérés : $(P_i, B_i^n(t))$

Les points M décrivent une courbe qui s'appelle la courbe de Bézier relative aux points $P_0, P_1, ...P_n$



C'est une présentation d'un TP un peu plus élaboré dont l'objectif est de faire tracer les courbes de Bézier avec trois puis quatre points de contrôle. Ce TP a lui aussi été testé avec des élèves de terminale S, en prolongeant même pour obtenir des courbes dérivables par raccordements de courbes de Bézier à trois points de contrôle.

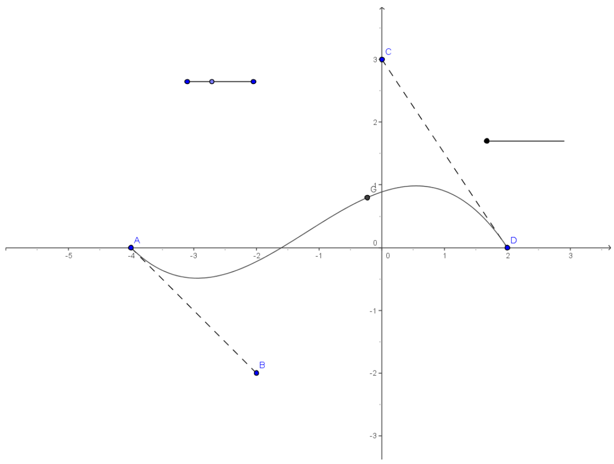
La première diapositive montre un TP qui ressemble fort au sujet présenté : la recherche d'un lieu de barycentre lorsque les coefficients varient ; l'idée est ici de montrer que cet exemple s'appuie sur une théorie plus importante qui est celui des courbes de Béziers, rapidement présentées dans la deuxième diapo ; c'est aussi une réponse aux critiques souvent formulées de TP de maths qui n'auraient pas de contenus mathématiques et qui ne seraient que des TP presse bouton.

On peut alors avoir l'idée de construire un TP pour les élèves de Terminale de la construction d'une courbe de Bézier avec quatre points de contrôle, comme on en voit dans beaucoup de logiciels de dessin et telle que présenté dans le fichier Geogebra. Si la construction générale peut être difficile (et sans doute hors programme, puisqu'il s'agit de courbes paramétrées), faire faire la construction n'est pas difficile (les logiciels de géométrie dynamique gèrent bien les coefficients variables), faire constater (et admettre) les tangences est réalisable et placer les points A, B, C et D comme indiqué sur le dessin ci-dessous permet de déboucher sur la recherche d'une fonction polynôme du troisième degré connaissant deux point et deux tangentes. Sur la figure Geogebra, il faudra mettre les points aux positions suivantes : $A(-4,0)$, $B(-2,-2)$, $C(0,2)$ et $D(2,0)$ pour obtenir une courbe du troisième degré d'équation

$$y = -\frac{5}{72}x^3 - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{3} + \frac{8}{9}$$

Bien entendu, ce sont des choses à préparer pour les élèves, mettre les points "au hasard" amènerait quelques complications !

Sur la figure Geogebra, il faut d'abord montrer les axes (clique droit de la souris, Axes), placer les points aux bons endroits (la figure est "aimantée"), puis faire apparaître la courbe de la fonction avec le curseur à droite.



En résumé, dans ce TP, on travaille avec les élèves : la notion de barycentre, le lien entre fonction et représentation graphique, les fonctions polynôme de degré 2 et 3, les conditions de dérivabilité d'une fonction, le calcul algébrique, la résolution de système d'équations, la géométrie cartésienne,... Ce n'est donc pas une perte de temps !