TD Opérations Booléennes

TD sur les opérations booléennes

Exercice 1

Montrer les lois de Morgan à l'aide de tables de vérité

Exercice 2

A l'aide du logiciel Logisim, faire le schéma électronique du ou exclusif, à l'aide des portes ou, et et non.

Exercice 3

Réduire les équations suivantes en s'aidant des propriétés de l'algèbre de Boole
A = a OU (a ET b)
B = a ET (a OU b)
C = a OU NON(a) ET b
D = (a OU b) ET (NON(a) OU c)

Exercice 4

On appelle fonction multiplexeur, notée mux, la fonction telle que si a vaut 0, $\text{mux}(a, b, c) = b$ et si a vaut 1, $\text{mux}(a, b, c) = c$.

1. Écrire la table de vérité de cette fonction.
Vérifier cette table à l'aide d'un programme.

2. Montrer que $\text{mux}(a, b, c) = (\text{NON}(a)\,\text{ET}\,b)\ \text{ OU }(a\ \text{ ET}\,c)$.
Utiliser le logiciel Logisim pour vérifier cette relation.

Exercice 5

1. a. Quelles sont les quatre fonctions à une variable de {0 ;1} dans {0 ;1} ?
b. Montrer que ces quatre fonctions peuvent être exprimées par les fonctions NON, ET et OU.

2. On considère une fonction logique f à deux variables (x, y).
On note $g(x) = f(x, 0)$ et $h(x) = f(x, 1)$.
a. Ecrire $f(x, y)$ à l'aide des fonctions g, h et mux (vue dans l'exercice 5).
b. Montrer alors que f peut s'exprimer à l'aide des fonctions NON, ET et OU.

3. ***Pour aller plus loin :*** On veut maintenant montrer que si on suppose que toutes les fonctions logiques à n variables $(x_1, ..., x_n)$ de $\{0\,;\,1\}^n$ dans $\{0\,;\,1\}$ peuvent s'écrire avec les fonctions NON, ET et OU, alors c'est encore le cas des fonctions logiques à $n + 1$ variables $(x_1, ..., x_{n+1})$ de $\{0\,;\,1\}^{n+1}$ dans $\{0\,;\,1\}$.
On considère une fonction f de $\{0\,;\,1\}^{n+1}$ dans $\{0\,;\,1\}$.
On pose $g(x_1, ..., x_n) = f(x_1, ..., x_n, 0)$ et $h(x_1, ..., x_n) = f(x_1, ..., x_n, 1)$.
a. Ecrire $f(x_1, ..., x_n, x_{n+1})$ à l'aide des fonctions g, h et mux.
b. Conclure.

Exercice 6

1. a. Montrer que :
a ET b = NON(NON(a) OU NON(b))
b. Conclure en s'aidant de l'exercice 6, sur l'écriture de toute fonction logique.

2. Peut-on dire la même chose avec NON et ET ?

Pour aller plus loin : on pourra utiliser soit un programme Java, soit Logisim pour s'autocorriger dans les exercices suivants :

Exercice 7

Réduire les équations suivantes en s'aidant des propriétés de l'algèbre de Boole
G = (a OU NON(b)) ET (b OU NON(c)) ET (c ou NON(a))

Exercice 8

Écrire la table de vérité de :
H = (NON(a) ET NON (b) ET NON(c)) OU (a ET b) OU (b ET c)

Exercice 9

On donne l'expression logique suivante :
J = NON(a) ET b OU a ET NON(b) OU a ET b
Dresser sa table de vérité, puis simplifier l'expression J.

Exercice 10

On donne l'expression logique suivante :
K = (NON(a) ET NON (b) ET NON(c)) OU (a ET NON(b) ET c) OU (a ET NON(b) ET NON(c)) OU (a ET b ET c)
Dresser sa table de vérité, puis simplifier l'expression K.