

## Analyse pour l'économie 1

Contrôle continu n° 1. Mercredi 18 octobre 2017

Durée : 1 heure

- Aucun document et aucune calculatrice ne sont autorisés durant l'épreuve. L'usage des téléphones est prohibé.
- La justification des réponses et un soin particulier de la présentation seront demandés et pris en compte lors de la notation.

**Exercice 1.** Etudier la convergence des intégrales généralisées suivantes :

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{1 + 2 \sin t}{1 + t^2} dt$$

$$I_2 = \int_0^1 \frac{e^{-t} - e^{-2t}}{t^{\frac{3}{2}}} dt.$$

**Exercice 2.** Etudier la convergence des séries suivantes :

$$S_1 = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n}{n!}$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{n^2}$$

$$S_3 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sin n}.$$

Indication : Pour cette série, on pourra écrire que

$$\frac{1}{n + \sin n} = \frac{1}{n} - \frac{\sin n}{n^2 + n \sin n}.$$

**Exercice 3.** Calculer la somme :

$$T = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{k=0}^n \frac{a^k b^{n-k}}{k!(n-k)!}, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}.$$

Indication, on admettra la relation :  $e^\alpha = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\alpha^k}{k!}, \forall \alpha \in \mathbb{R}.$