Université Claude Bernard Lyon 1
43, boulevard du 11 novembre 1918
69622 Villeurbanne cedex, France

Licence Sciences & Technologies – L2
Mathématiques et Économie
20 Octobre 2025

Analyse pour l'économie 1. Partiel 2025

Durée 1h30. Documents non autorisés

Exercice 1. En effectuant une intégration par parties, étudier la convergence de l'intégrale impropre

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos t}{t}\,\mathrm{d}t,$$

Exercice 2. Pour $x \in [0, +\infty[$ et $n \in \mathbb{N}$, on pose

$$f_n(x) = \frac{nx}{nx^2+1}.$$

Étudier la convergence simple et uniforme de la suite de fonctions (f_n), d'abord sur $[0, +\infty[$, et ensuite sur tout intervalle de la forme $[\delta, +\infty[$, avec $\delta > 0$.

Exercice 3. Étudier la convergence des deux séries

$$\sum_{n=0}^{+\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}) \quad \text{et} \quad \sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}).$$

Exercice 4. En appliquant le critère de d'Alembert, étudier la convergence de la série

$$\sum \frac{(n!)^2}{(2n)!}.$$

Exercice 5. On considère l'intégrale impropre

$$\int_a^{+\infty} \frac{1}{(x-2)\sqrt{x-3}}\,\mathrm{d}x.$$

1. Étudier la convergence de cette intégrale pour $a = 6$ et $a = 3$.
2. Calculer l'intégrale impropre dans le cas $a = 6$, via le changement de variable $t = \sqrt{x-3}$.